1. Prüfung: Integralrechnung 1

1P.

Name:	Truttmann Nick
Punkte:	29.5

5.9

*
Hinweise:

- Zeit: 70 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt. Lösungen ohne Lösungsweg geben keine Punkte.

Aufgabe 1

Berechne und vereinfache so weit wie möglich (es dürfen nur positive ganze Zahlen im Exponent vorkommen):

(a) $\int 5x^2 - 2x \, dx$ $\frac{5}{3}x^3 - x^2$ (1P) 1 $-1/2$

(b) $\int \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}} \, dx$ (2P) 2 wegen

(c) $\int \frac{16x-12}{2x^2-3x} \, dx$ (2P) 2 c

Aufgabe 2

Berechne die Fläche, welche die Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{9}$ mit der x-Achse einschliesst. ?
(5P) 4

Aufgabe 3

Hausaufgabe:

Die Graphen der Funktionen $f_1(x) = \sqrt{2x+4}$ und $f_2(x) = \sqrt{4x-8}$ begrenzen mit der x-Achse ein Flächenstück. Wie gross ist sein Inhalt? (6P) 5

Aufgabe 4

Die Funktion $f(x) = ax$ mit $a > 0$ und $g(x) = x^3$ schliessen eine Fläche mit Flächeninhalt 6 ein. Bestimme a. (5P) 4

Aufgabe 5

Parabelgleichungsaufgabe:

Gesucht ist die Gleichung einer Parabel 4. Ordnung. Die Parabel ist achsensymmetrisch und hat im Punkt $P = (1/1)$ einen Wendepunkt. Bei $x = 2$ beträgt die Steigung 4. (8P) 8

x^4 x^2 x^0

Aufgabe 6

SOL-Auftrag:

(a) Der Auftrag wurde pünktlich und korrekt auf Teams abgegeben. (2P) 2

(b) Wie lautet der Befehl, um mit Wolfram-Alpha die die Nullstellen von $f(x) = 3x^2 - 6$ zu bestimmen? (1P) 1

Prüfung Integralrechnung 1

Nick Truttmann, 6c

Aufgabe 1

a) $\frac{5}{3}x^3 - x^2$ $+C$

b) $\int 5 \cdot x^{-2/3}\,dx = \frac{5}{3}x^{1/3}$ $\cancel{= \frac{5}{3}\sqrt[3]{x}}$ $+C$ $15\sqrt[3]{x}$

c) $\int \frac{16x-12}{u} \cdot \frac{1}{u'}\,du = \int 16x-12 \cdot u^{-1} \cdot \frac{1}{u'}\,du = \cancel{16x-12 \cdot \ln(u) \cdot \frac{1}{4x-3}}$

$u = 2x^2 - 3x$

$u' = 4x - 3$

$= 4\ln(u) = 4 \cdot \ln(2x^2-3x)$ $+C$

Aufgabe 2

Nullstellen:

$0 = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{9}$; $\cancel{x^2 = -\frac{1}{9}}$ $x^2 = 9 \Rightarrow$

?

$x_1 = 3$

$x_2 = -3$

Nick 6c

$-4/9$ $2/9$

$\int_{-3}^{3} \frac{1}{x^2} - \frac{1}{9}\,dx = \int_{-3}^{3} x^{-2} - \frac{1}{9}\,dx = \left[-x^{-1} - \frac{1}{9}x\right]_{-3}^{3} = \left[-\frac{1}{x} - \frac{1}{9}x\right]_{-3}^{3}$

$= \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\cdot 3\right) - \left(-\frac{1}{-3} - \frac{1}{9}\cdot(-3)\right) = |-2/3| = \cancel{2/3}$ $= 4/3$

Aufgabe 3

Nullstellen: $f_1 = 2x+4 = 0 \Rightarrow x = -2$

$f_2 = 4x - 8 = 0 \Rightarrow x = 2$

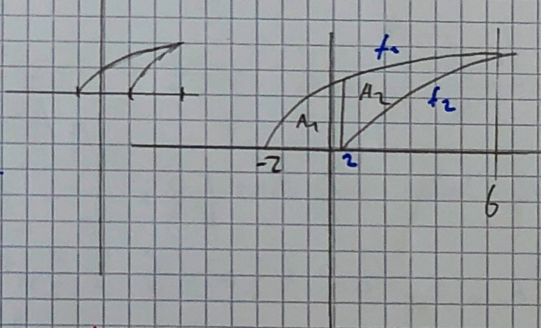
Schnittpunkt: $\sqrt{2x+4} = \sqrt{4x-8}$ $\quad | ()^2$

$2x+4 = 4x-8$ $\quad | -2x$

$4 = 2x - 8$ $\quad | +8$

$12 = 2x$

$6 = x$



$\frac{1}{3/2}$

$A_1 = \int_{-2}^{2} \sqrt{2x+4}\,dx = \int_{-2}^{2} u^{+0,5} \frac{1}{u'}\,du = \left[u^{3/2} \frac{1}{2}\right]_{-2}^{2} = \left[\sqrt{(2x+4)^3} \cdot \frac{1}{2}\right]_{-2}^{2}$

$u = 2x+4$ $\qquad u' = 2$

$\left[\sqrt{(2x+4)^3}\cdot\frac{1}{2}\right]_{-2}^{2} = \left(\sqrt{(2\cdot 2+4)^3}\cdot\frac{1}{2}\right) - \left(\sqrt{(2\cdot -2+4)^3}\cdot\frac{1}{2}\right) = \underline{11{,}313}$ A_1 ✓

$A_2: \int_2^6 \sqrt{2x+4}\,dx - \int_2^6 \sqrt{4x-8}\,dx = \int_2^6 u^{1/2}\cdot\frac{1}{u'}\,du = \left[\sqrt{(2x+4)^3}\cdot\frac{1}{2}\right]_2^6 - \left[\sqrt{(4x-8)^3}\cdot\frac{1}{4}\right]_2^6$

4 $^{1}/_{3/2}$

$u = 2x+4$

$u' = 2$

$\int_2^6 u^{1/2}\cdot\frac{1}{u'}\,du = \left[\sqrt{(4x-8)^3}\cdot\frac{1}{4}\right]_2^6$

$u = 4x-8$

$u' = 4$

$\left|\left(\sqrt{(4+4)^3}\cdot\frac{1}{2}\right)\right| - \left|\left(\sqrt{16^3}\cdot\frac{1}{2}\right)\right| = 20{,}686$

$\left|\left(\sqrt{0^3}\cdot\frac{1}{4}\right)\right| - \left|\left(\sqrt{16^3}\cdot\frac{1}{4}\right)\right| = -16$

$20{,}686 - 16 = \underline{4{,}686}$ A_2

$11{,}313 + 4{,}686 = \underline{\underline{16}}$ ✓

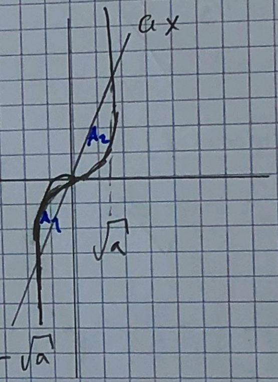
Aufgabe 4

Nullstellen: $ax = 0 \Rightarrow x = 0$

Schnittpunkte: $ax = x^3 \quad | : x$

$a = x^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\sqrt{a} = x$ und $x = -\sqrt{a}$ und $x = 0$



$A_1: \int_0^{-\sqrt{a}} a x\,dx - \int_0^{-\sqrt{a}} x^3\,dx = \left[\frac{a}{2}x^2\right]_0^{-\sqrt{a}} - \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^{-\sqrt{a}}$ ✓

$\frac{a}{2}\cdot(-\sqrt{a})^2 - 0 = \frac{a}{2}\cdot a = \frac{1}{2}a^2 \rightarrow \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}a^2 = A_1$

$\frac{(-\sqrt{a})^4}{4} - 0 = \frac{a^2}{4} = \frac{1}{4}a^2$ ✓

A_2: Selbes wie oben $\left[\frac{a}{2}x^2\right]_0^{\sqrt{a}} - \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^{\sqrt{a}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}a^2 - 0\right) - \left(\frac{1}{4}a^2 - 0\right) = \frac{1}{4}a^2 = A_2$

$A_1 + A_2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 = 6 = \frac{1}{2}a^2 = 6$ ✓ $| \cdot 2$

$a^2 = 12$

$a_1 = \sqrt{12}$ ← weil $a > 0$

$a_2 = -\sqrt{12}$ ✓