

4. Prüfung: Integralrechnung 2

+1

Name:	
Punkte:	

+1 11

Hinweise:

- Zeit: 70 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt. Lösungen ohne Lösungsweg geben keine Punkte.

Aufgabe 1

Berechne und vereinfache so weit als möglich. Nach der Vereinfachung sollen keine negativen oder gebrochenen Exponenten mehr in der Funktion vorkommen.:

(a) $\int \frac{3}{\sqrt[3]{x^3}} dx$ (2P)

(b) $\int \frac{36x^2 - 9}{\sqrt{4x^3 - 3x}} dx$ (3P)

Nicht

Aufgabe 2

Die Fläche, welche die Funktion $f(x) = e^{2x}$ mit der x -Achse im 2. Quadranten einschliesst, rotiert um die x -Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers. (6P)

Aufgabe 3

Berechne die Fläche, welche die Funktionen $f(x) = x^4$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$ im ersten Quadranten zusammen mit der x -Achse einschliessen. (5P)

Aufgabe 4

Berechne die Fläche, welche die Funktion $f(x) = \cos(x)$ im Intervall $[-2\pi, \pi]$ mit der x -Achse einschliesst. (4P)

Aufgabe 5

Die Fläche, welche die Funktion $f(x) = x\sqrt{ax+6}$ mit der x -Achse einschliesst, rotiert um die x -Achse. Das Volumen des Rotationskörpers beträgt 0.5π . Berechne a . (a ist positiv.) (6P)

3 Aufgabe 6

Hausaufgabe:

Berechne:

$$\int_1^{\infty} \frac{x+5}{x^3} dx$$

(4P)

4

✓ Aufgabe 7

Vektorgeometrie:

Die Ebene E ist parallel zur xz -Ebene und geht durch den Punkt $P = (2/7/5)$. Gib die Koordinatengleichung der Ebene E an. (3P)

$$0x + 0y + 1z = 0$$

3

✓ Aufgabe 8

SOL-Auftrag:

Die Zusammenfassung wurde vollständig, sauber und pünktlich abgegeben. (2P)

2

Prüfung: Integralrechnung 2

Truttmann, Mich. bc



Nr. 1

$$a) \int 3x^{-3/5} dx = 3 \cdot x^{-3/5} \cdot 5/2 = \frac{15}{2} \sqrt[5]{x^2} + C \quad \checkmark$$

$$b) \int \frac{36x^2-9}{\sqrt{0.5}} \cdot \frac{1}{12x^2-3} du = 3 \int \frac{1}{\sqrt{0.5}} du = 3 \sqrt{0.5} \cdot 2 = 6\sqrt{4x^3-3x} + C$$

$$u = 4x^3 - 3x$$

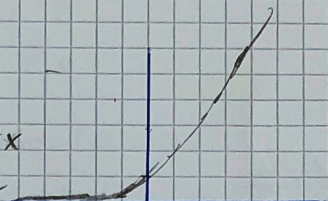
$$u' = 12x^2 - 3$$



Nr. 2

$$\pi \int_{-\infty}^0 (e^{2x})^2 dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \pi \int_a^0 e^{4x} dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \pi \int_a^0 e^u \cdot \frac{1}{4} du \quad \begin{matrix} u = 4x \\ u' = 4 \end{matrix}$$

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} \frac{\pi}{4} [e^{4x}]_a^0 = \lim_{a \rightarrow -\infty} \left(\frac{\pi}{4} e^0 \right) - \left(\frac{\pi}{4} e^{4a} \right) = 0,785$$



Nr. 3

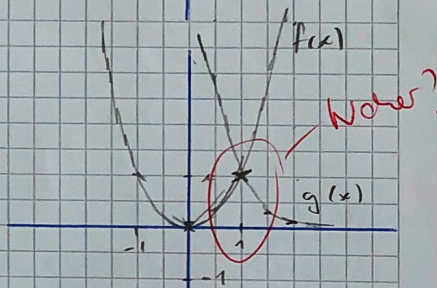
Schnittstelle: 1

$$\int_0^1 x^4 dx + \int_1^9 x^{-2} dx$$

$$\int_0^1 x^4 dx = \left[x^5 \cdot \frac{1}{5} \right]_0^1 = \frac{1}{5} - 0 = \frac{1}{5} \quad \checkmark$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b x^{-2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[x^{-1} \cdot -\frac{1}{1} \right]_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{x} \right]_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} \right) - \left(-\frac{1}{1} \right) = 1$$

$$\frac{1}{5} + 1 = 1,2 \quad \checkmark$$

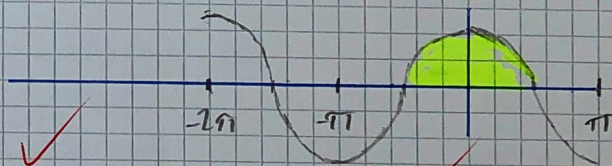


Nr. 4

$$3 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x) dx = 3 \left[\sin(x) \right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$= 3 \left(\sin(90^\circ) - \sin(-90^\circ) \right)$$

$$= 3 (1 + 1) = 6 \quad \checkmark$$



Mich. bc

Nr. 5

Nullstellen: 0 / $-\frac{6}{a}$ ✓

$$0,5\pi = \pi \int_0^{\frac{6}{a}} (x \sqrt{ax+6})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{6}{a}} x^2 \cdot (ax+6) dx = \pi \int_0^{\frac{6}{a}} ax^3 + 6x^2 dx$$

$$0,5\pi = \pi \left[\frac{ax^4}{4} + 2x^3 \right]_0^{\frac{6}{a}} = \pi \left(\frac{a}{4} \cdot \left(-\frac{6}{a}\right)^4 + 2 \left(-\frac{6}{a}\right)^3 \right) - (0)$$

$$= \frac{a}{4} \cdot \frac{1296}{a^4} + 2 \left(-\frac{216}{a^3} \right) = \frac{324}{a^3} - \frac{432}{a^3}$$

$$0,5 = -\frac{108}{a^3} \Rightarrow 0,5a^3 = -108$$

$$a^3 = -216$$

$$a = -6$$

Nr. 6

$$\int_1^b \frac{x}{x^3} + 5 \rightarrow \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b x^{-2} + 5x^{-3} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[x^{-1} \cdot \frac{1}{-1} + 5 \cdot x^{-2} \cdot \frac{1}{-2} \right]_1^b$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} - 5 \cdot \frac{1}{2b^2} \right) - \left(-\frac{1}{1} - 5 \cdot \frac{1}{2} \right) = 1 + 5/2 = 3,5$$

Nr. 7

$$A = C = 0$$

$$7 \cdot 1 + d = 0$$

$$B = 1$$

$$d = -7 \cdot 1$$

$$d = -7$$

$$n_E = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$7 \cdot y + 7 = 0$$

$$y + 7 = 0$$

$$E: y - 7 = 0$$

