+C

Kurzprüfung: Integralrechnung I

[redacted]

Hinweise:

- Zeit: 30 Min
- **Berechne und vereinfache so weit wie möglich**:
  Vereinfachen heisst: In den Lösungen dürfen keine Potenzen mit negativen oder gebrochenen Exponenten mehr vorkommen. Brüche sollten in gekürzter Form, aber nicht als Dezimalzahl angegeben werden.

Aufgabe

(a) $\int 6x^5 - 7\,dx = \frac{6}{6}x^6 - 7x = \underline{x^6 - 7x} + C$ (1P) ✓

(b) $\int 4z^3 - z\,dz = \frac{4}{4}z^4 - \frac{z^2}{2} = \underline{z^4 - \frac{1}{2}z^2} + C$ (1P) ✓

Zuerst kürzen! Dann integrieren

(c) $\int 9x^2 \cdot \cos(3x^3+7)\,dx = \int 9x^2 \cdot \cos(u) \cdot \frac{1}{9x^2}\,du = \cancel{\int 9x^2 \cdot} \sin(u) \cdot \frac{1}{9x^2}$ (3P)

$u = 3x^3+7$

$u' = 9x^2$

$= \cancel{9x^2} \cdot \sin(3x^3+7) \cdot \frac{1}{\cancel{9x^2}} = \underline{\sin(3x^3+7)} + C$ ✓

(d) $\int 12x(3x^2-5)^4\,dx =$ (3P) ✓

$u = 3x^2-5$

$u' = 6x$

$\int 12x \cdot u^4 \cdot \frac{1}{6x}\,du = \frac{12x}{6x} \cdot \frac{u^5}{5} = \underline{\frac{2}{5}(3x^2-5)^5} + C$

(e) $\int \sqrt[4]{x^3}\,dx = \int x^{3/4}\,dx = \frac{x^{7/4}}{7/4} = \underline{\frac{7}{4}\sqrt[4]{x^7}} + C$ (3P) ✓

(f) $\int \frac{9x^2-6}{x^3-2x}\,dx = \int \cancel{9x^2-6} \cdot \frac{1}{u} \cdot \frac{1}{\cancel{3x^2-2}} = 3 \cdot \frac{1}{u} = \underline{3\ln|x^3-2x| + C}$ (3P) ✓

$u = x^3-2x$

$u' = 3x^2-2$

(g) $\int \sin(x^3+3)\cdot z \,\mathrm{d}z = \sin(x^3+3)\cdot\frac{z^2}{2} = \sin(x^3+3)\cdot\frac{1}{2}z^2 + C$ (2P) ✓

(h) $\int \frac{12x^2+8}{\sqrt[3]{x^3+2x}}\,\mathrm{d}x = \int 12x^2+8\cdot u^{-1/3}\cdot\frac{1}{3x^2+2}\,du = \int\frac{12x^2+8}{3x^2+2}\cdot u^{-1/3}\,du = \frac{12x^2+8}{3x^2+2}\cdot u^{2/3}$ (4P)

Neuer Faktor?

$u = x^3+2x$

$u' = 3x^2+2$ ✓

$= \frac{\overset{4(3x^2+2)}{12x^2+8}}{3x^2+2}\cdot\sqrt[3]{(x^3+2x)^2} + C = 4\cdot\sqrt[3]{(x^3+2x)^2} + C$

3

(i) $\int \frac{\cos(x)}{(\sin(x))^2}\,\mathrm{d}x = \int \cos(x)\cdot u^{-2}\cdot\frac{1}{-\cos(x)}\,du = \int -u^{-2}\,du = \frac{-u^{-1}}{-1} = \frac{1}{u} = \frac{1}{\sin(x)} + C$ (4P)

$u = \sin(x)$

$u' = +\cos(x)$

(-)

$3\frac{1}{2}$

(j) $\int e^{5x-3}\,\mathrm{d}x = \int e^u\cdot\frac{1}{5}\,du = e^u\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{5}e^{5x-3} + C$ (3P) ✓

$u = 5x-3$

$u' = 5$