Kurzprüfung: Integralrechnung II

Name:	
Punkte:	

+C

Hinweise:

- Zeit: 40 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt.

Aufgabe 1: Integrale berechnen

Integriere/berechne und vereinfache so weit als möglich. Nach der Vereinfachung sollen keine negativen oder gebrochenen Exponenten mehr in der Funktion vorkommen: (11P)

(a) $\int 7x^6 - 5x^2 + 2x - 3 \, dx =$

(b) $\int \frac{\sqrt[3]{x^5}}{4} \, dx =$ +C

(c) $\int (24x^2 + 10) \cdot e^{(4x^3+5x)} \, dx =$

10

(d) $\int \frac{15x^4 - 4x}{6x^5 - 4x^2} \, dx =$

(e) $\int_0^2 (9x^2 - 6) \sqrt[4]{x^3 - 2x} \, dx =$

Aufgabe 2: Fläche berechnen

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$.

Berechne die Teilflächen, welche von der Funktion f und der x-Achse eingeschlossen werden. (6P)

5

Aufgabe 3: Rotationskörper

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 5x - 10$ und $g(x) = x^2 - 16$.

(a) Berechne die Nullstellen der Funktionen. (2P) 2

(b) Bestimme die Schnittpunkte der Funktionen. (2P) 1 1/2

(c) Skizziere die Funktionen aufgrund deiner oben gemachten Berechnungen. (2P) 2

(d) Die Teilflächen, welche von der Funktion f und der Funktion g eingeschlossen werden, rotieren um die x-Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers. (3P) 2

Kurzprüfung - Integralrechnung 2

Nick Truttmann 6c

Nr. 1

a) $x^7 - \frac{5}{3}x^3 + x^2 - 3x + C$

b) $\frac{1}{4}\int x^{5/3}\,dx = \frac{1}{4}\cdot x^{8/3}\cdot\frac{3}{8} = \frac{3}{32}\sqrt[3]{x^8} + C$

c) $\int \cancel{(12x^2+10)}\cdot e^u\cdot\frac{1}{\cancel{12x^2+5}}\,du = 2\int e^u\,du = 2e^u + C = 2e^{4x^3+5x} + C$

$u = 4x^3+5x$

$u' = 12x^2+5$

d) $\int \frac{15x^4-4x}{u}\cdot\frac{1}{30x^4-8x}\,du =$

$u = 6x^5-4x^2$

$u' = 30x^4-8x$

$= \int \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{u}\,du = \frac{1}{2}\ln|u| + c$

$= \frac{1}{2}\ln|6x^5-4x^2| + C$

e) $\int_0^2 \cancel{(9x^2-6)}\cdot u^{1/4}\cdot\frac{1}{\cancel{3x^2-2}}\,du = 3\int_0^2 u^{1/4}\,du = \cancel{\left[3u^{5/4}\right]_0^2}$

$u = x^3-2x$

$u' = 3x^2-2$

$= \left[3\cdot\sqrt[4]{(x^3-2x)^5}\right]_0^2 = 3\cdot\sqrt[4]{(2^3-2\cdot2)^5} - 0 = 16,97$

Aufgabe 3

a) f(x)

$0 = 5x - 10$

$5x = 10$

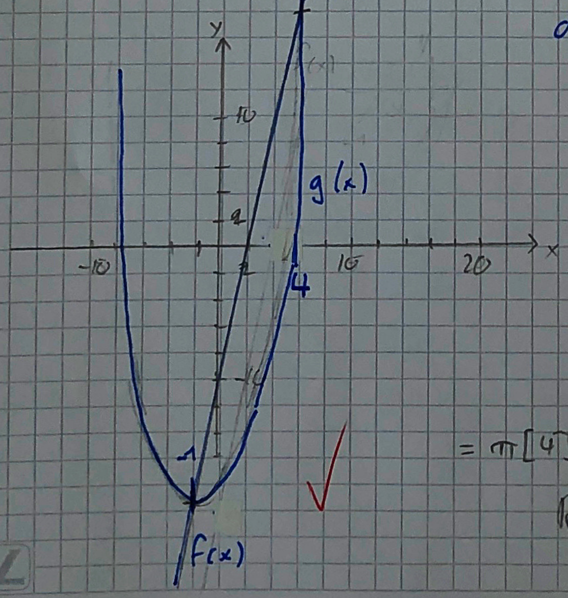
$x = 2$

g(x)

$x^2 = 16$

$x_1 = 4$

$x_2 = -4$



b) $5x-10 = x^2-16 \rightarrow 0 = x^2-5x-6$

$x_1 = 6$

$x_2 = -1$

Y-Werte?

d) $V_1 = \pi\int_{-1}^{4} (x^2-16)^2 - (5x-10)^2\,dx$

$\pi\int_{-1}^{4} (x^4-32x^2+256) - (25x^2-100x+100)\,dx$

$\pi\int_{-1}^{4} (x^4-57x^2-100x+256)\,dx$

$= \pi\left[\frac{x^5}{5} - 19x^3 - 50x^2 + 256x\right]_{-1}^{4}$

$= \pi[4] - \pi[-1] = -2473 - (-287,2) = -2185,8$

Rückseite

Nr. 2

Nullstellen $=0$ angeben!

$x(x^2-3x-10)$

$x_1 = 0$

$x_2 = 5$

$x_3 = -2$

$A_1 \int_{-2}^{0} x^3-3x^2-10x\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - 5x^2\right]_{-2}^{0}$

$= 0-(4-(-8)-(-10)) = -22 \Rightarrow \underline{\underline{22}}$

$A_2 = \int_{0}^{5} x^3-3x^2-10x\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - 5x^2\right]_{0}^{5}$

$= (156{,}25 - 125 - 25) - 0 = 6{,}25$

$\underline{\underline{22 + 6{,}25 = 28{,}25}}$

Nr. 3

$A_2 = \pi\int_{4}^{6} (5x-10)^2 dx - \pi\int_{4}^{6} (x^2-16)^2 dx = \pi\int_{4}^{6} 25x^2-100x+100\,dx - \pi\int_{4}^{6} x^4-32x^2+256$

$\left[\frac{25}{3}x^3 - 50x^2 + 100x\right]_4^6 - \pi\left[\frac{x^5}{5} - \frac{32}{3}x^3 + 256x\right]_4^6$

~~$133{,}33 - 66{,}667 = 66{,}667 - 546{,}13 = 433{,}06$~~

~~$203{,}43 - 113{,}07 = 96{,}36$~~

$600 - 133{,}33 = 466{,}67$

$466{,}67 - (787{,}2 - 546{,}13) = 225{,}67\pi = 708{,}96$

~~$A_1 = [$~~

$A_1: \pi\int_{-1}^{4} (x^2-16)^2 - (5x-10)^2 dx$

$A_3 = \pi\int$