

2018 Wahrscheinlichkeit (Klasse 5b)

Zeit: 70 Minuten

Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg, bzw. der vollständigen Begründung auf ein separates Blatt. Fehlende Lösungswege geben Abzug.

Aufgabe 1: Wahrscheinlichkeit allgemein (4 Punkte)

- Jemand würfelt mit 6 Würfeln. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass jede der Zahlen von eins bis sechs genau einmal gewürfelt wird (egal in welcher Reihenfolge).
- Ein Fruchthändler hat in einem Korb 2 Orangen, 4 Äpfel, 3 Birnen und 1 Zwetschge. Jemand greift in den Korb und nimmt zufällig vier Früchte raus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person genau zwei Orangen und zwei Äpfel erwischt?

Aufgabe 2: Baumdiagramm (6 Punkte)

Betrachtet werden Pärchen (Weibchen und Männchen) einer fiktiven, monogam lebenden Vogelart. Die Vögel haben entweder rote oder gelbe Schnäbel. Folgende Daten sind bei der Untersuchung rausgekommen: 90% aller Männchen, deren Weibchen rote Schnäbel haben, haben auch rote Schnäbel. Von denjenigen Männchen, bei welchen die Weibchen gelbe Schnäbel haben, haben $\frac{3}{10}$ auch gelbe Schnäbel. Bei 60% aller Vogelpärchen haben beide rote Schnäbel.

- Zeichne zu der oben beschriebenen Situation ein vollständiges Baumdiagramm.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von einem Vogelpärchen mindestens ein Vogel einen gelben Schnabel hat?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiges Vogelweibchen einen roten Schnabel hat?

RÜCKSEITE BEACHTEN!

Aufgabe 3: Hausaufgabe (4 Punkte)

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 6 Würfeln mit einem Würfel die Summe der 6 Augenzahlen zwischen 6 und 8 liegt (inklusive 6 und 8)?

Aufgabe 4: Bedingte Wahrscheinlichkeit (5 Punkte)

In einem überfüllten Pendlerzug reisen 80% der Personen in der zweiten Klasse, der Rest in der ersten. Von den Reisenden in der zweiten Klasse haben 60% einen Sitzplatz, in der ersten Klasse können 90% der Personen sitzen.

- Zeichne zu dieser Situation ein Baumdiagramm.
- Eine Person erzählt, dass sie einen Sitzplatz gehabt habe. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person in der ersten Klasse gereist?

Aufgabe 5: Binomialverteilung/Bernoulli-Formel (5 Punkte)

In einer Fabrik werden schwarze und weisse Sockenpaare produziert und zufällig in Kisten zu je 20 Sockenpaare verpackt (ohne darauf zu achten, wie viele Paare von welcher Sorte verpackt wurden). Produziert werden dreimal so viele schwarze Sockenpaare, wie weisse. Ein Verkäufer erhält so eine Kiste mit 20 Sockenpaaren.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 der 20 Sockenpaare in dieser Kiste schwarz?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit, ist mindestens ein Sockenpaar in dieser Kiste schwarz? (Das Resultat muss hier nicht angegeben werden - die Rechnung reicht.)

Aufgabe 6: Der binomische Lehrsatz (3 Punkte)

- Welcher Koeffizient steht beim Term a^6b^3 , wenn man $(a+b)^9$ berechnet?
- Vereinfache so weit als möglich: $\frac{n!}{(n-2)!}$

RÜCKSEITE BEACHTEN!

Aufgabe 7: Vektorgeometrie (4 Punkte)

Berechne den Winkel zwischen den beiden Geraden:

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ und } h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Wahrscheinlichkeit

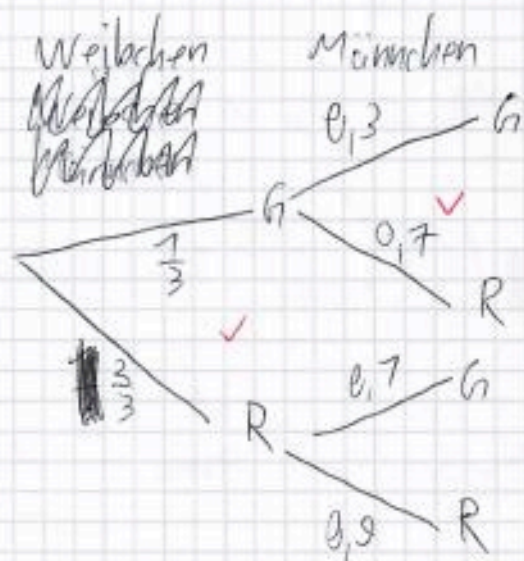
1. a) $\left(\frac{1}{6}\right)^6 = 0,000027$

b) $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2!2!} = \frac{1}{35}$

③

2.

a)



$\Rightarrow 60\%$

$0,9 \cdot x = 0,6$

$x = \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3} \cdot 7 + \frac{2}{3} \cdot 0,7 = 0,4$

c) $\frac{2}{3}$

3. ~~Beziehungen~~ Anordnungen: 1, 1, 1, 1, 1, 1

eine mit 1

2, 1, 1, 1, 1, 1

sechs mit einer 2 und 1

2, 2, 1, 1, 1, 1

15 mit zwei 2 und 1

3, 1, 1, 1, 1, 1

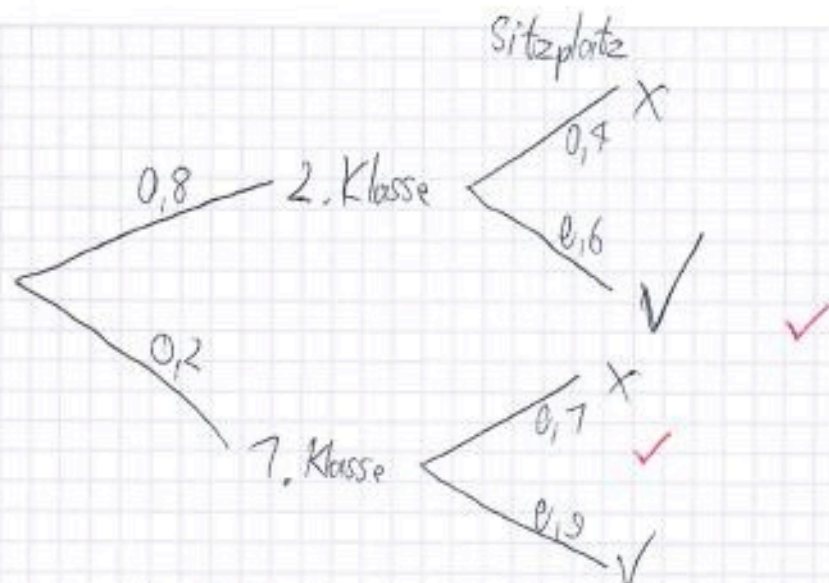
sechs mit einer 3 und 1

28

$0,000600737 = \frac{28}{6^6}$

④

4. e)



5

$$b) \frac{0,2 \cdot 0,9}{0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,6} = \frac{0,18}{0,18 + 0,48} = \frac{3}{11}$$

$$5. a) p(X=5) = \binom{20}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{15} = 0,0000034$$

$$b) \binom{20}{19} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = p_{\text{weiss}} \Rightarrow 1 - p_{\text{weiss}} = p$$

$$6. a) 84$$

$$b) \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n \cdot (n-1)}{1} = n^2 - n$$

7
77
727
7337
746+7
75107057
7675207567
772735352777
7828567056287
793684262897

$$7. \cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 7 \end{pmatrix}}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{74}} = \frac{-16-72-3}{\sqrt{2146}} = -0,669$$

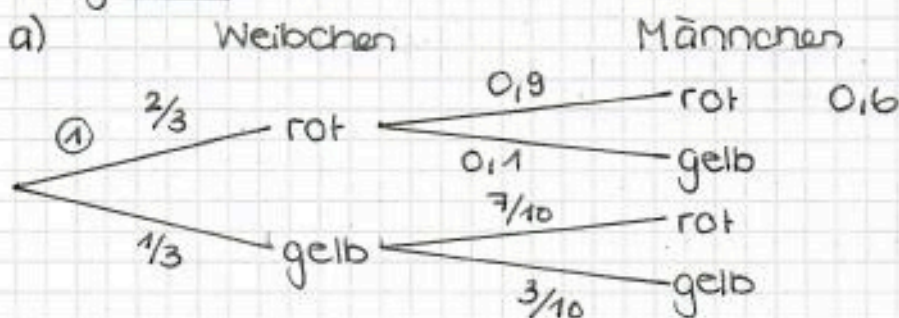
$$\alpha = 732^\circ = \cos^{-1}(-0,669)$$

Aufgabe 1

$$a) P(1-6) = \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 6! = \frac{5}{324} \approx 0,0154 = \underline{\underline{1,54\%}}$$

$$b) P(20, 2\bar{A}) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4!}{2!2!} = \frac{1}{35} \approx 0,0286 = \underline{\underline{2,86\%}}$$

Aufgabe 2



$$\textcircled{1} \quad x \cdot 0,9 = 0,6$$

$$x = 0,6 / 0,9 = 0,6\bar{6} = \frac{2}{3}$$

$$b) P(m. 1 \times \text{gelb}) = 1 - P(2 \times \text{rot}) = 1 - 0,6 = \underline{\underline{0,4}} = \underline{\underline{40\%}}$$

$$c) \quad \frac{2}{3} \quad (\textcircled{1})$$

Aufgabe 3

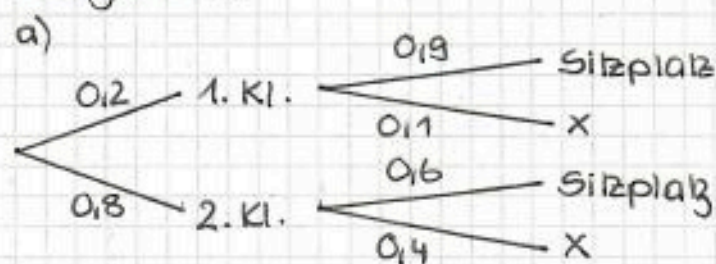
$$6: 6 \times 1$$

$$7: 5 \times 1, 1 \times 2$$

$$8: 5 \times 1, 1 \times 3 \text{ oder } 4 \times 1, 2 \times 2$$

$$P(6-8) = \left(\frac{1}{6}\right)^6 + \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 6 + \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 6 + \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot \frac{6!}{4!2!} = 0,0006 = \underline{\underline{0,06\%}}$$

Aufgabe 4



$$b) P(1. \text{ Kl.} / \text{Sitzplatz}) = \frac{0,2 \cdot 0,9}{0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,6} = \underline{\underline{0,27}} = \underline{\underline{27,27\%}}$$

Aufgabe 5

$$a) P(50) = \binom{20}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^{15} \approx \underline{\underline{0,000003}} = \underline{\underline{0,0003\%}}$$

$$b) P(\text{mind. 1x5}) = 1 - P(\text{alle weiss}) = \underline{\underline{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{20}}}$$

Aufgabe 6

$$a) \binom{9}{6} = 84$$

$$b) \frac{n!}{(n-2)!} = \underline{\underline{n(n-1)}} = \underline{\underline{n^2 - n}}$$

Aufgabe 7

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{v}_g \cdot \vec{v}_h}{|\vec{v}_g| |\vec{v}_h|} \right)$$

$$\vec{v}_g \cdot \vec{v}_h = 2 \cdot (-8) + 4 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = -16 - 12 - 3 = -31$$

$$|\vec{v}_g| = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 16 + 9} = \sqrt{29} = 5,385$$

$$|\vec{v}_h| = \sqrt{(-8)^2 + (-3)^2 + 1^2} = \sqrt{64 + 9 + 1} = \sqrt{74} = 8,602$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{-31}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{74}} \right) = \underline{\underline{132^\circ}}$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha = \underline{\underline{48^\circ}}$$