PAM-Matura

Zusammenfassung

by Nick Truttmann

Matura 2020

TB 5 - Massenspektromie

Schiefer Wurf   Teil B

$V_{def} = V_x = konst.$; $a_x = konst$;

$S_x = V_x \cdot t$ $S_y = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ $F = \vec{F}_{CB}$

$x = V_{def} \cdot t$ $y = \frac{q E_B}{m} \cdot t^2$ $m \cdot a = q \vec{E}_B$

$a = \frac{q \vec{E}_B}{m}$

Je nach gesuchter Variable können X und Y Formel über t kombiniert werden.

Relativistische Massenzunahme

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$\frac{m_0}{m} = \sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{m_0}{m}\right)^2 - 1 = -\left(\frac{V}{c}\right)^2$$

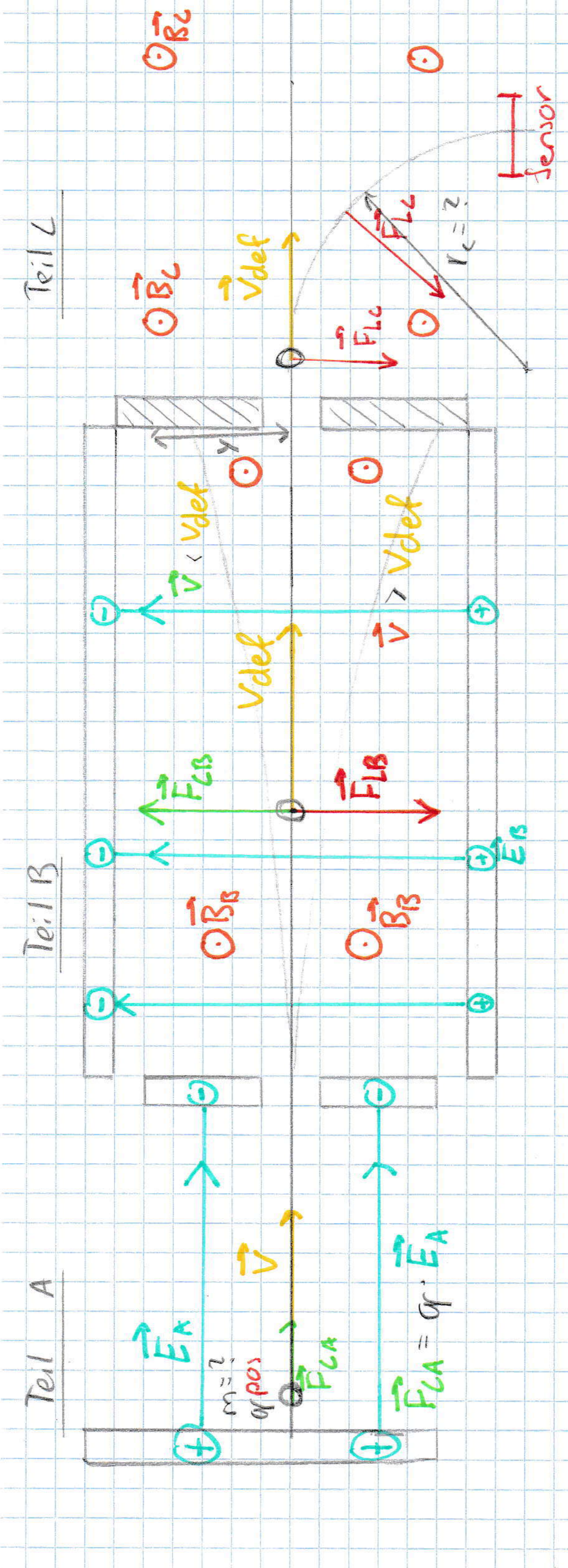
$$\sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2} = \frac{V}{c}$$

$$c\sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2} = V$$

Beispiel

Wie schnell muss ein ^3He Teilchen sein, damit es wie ein ^4He Teilchen aussieht?

$$3 \cdot 10^8 m/s \sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = 1{,}98 \cdot 10^8 m/s$$



Teil C

Kreisbewegung

$$\text{"math"} = \text{"phys"}$$

$$F_{rad} = \vec{F}_{Lorenz}$$

$$m \cdot a_{rad} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad \text{mit } \alpha = 90°$$

$$m \cdot \frac{v^2_{Bahn}}{r} = q \cdot v \cdot \vec{B}_C$$

$$r = \frac{m}{q} \frac{v_{def}}{B_C}$$

Achtung: Da $r \sim m/q$ kann $^{20}Ne^{+}$ und $^{40}Ar^{2+}$ nicht unterschieden werden!

Teil B

Gleichgewicht

$$F_1 = F_2$$

$$\vec{F}_{CB} = \vec{F}_{LB}$$

$$\cancel{q} \cdot \vec{E}_B = \cancel{q} \cdot v_{def} \cdot \vec{B}_B$$

$$\frac{\vec{E}_B}{\vec{B}_B} = v_{def}$$

Einheiten $[\vec{E}_B] \to \frac{V}{m^2}$

$[B] \to T$

TB10 - Gleichstrom

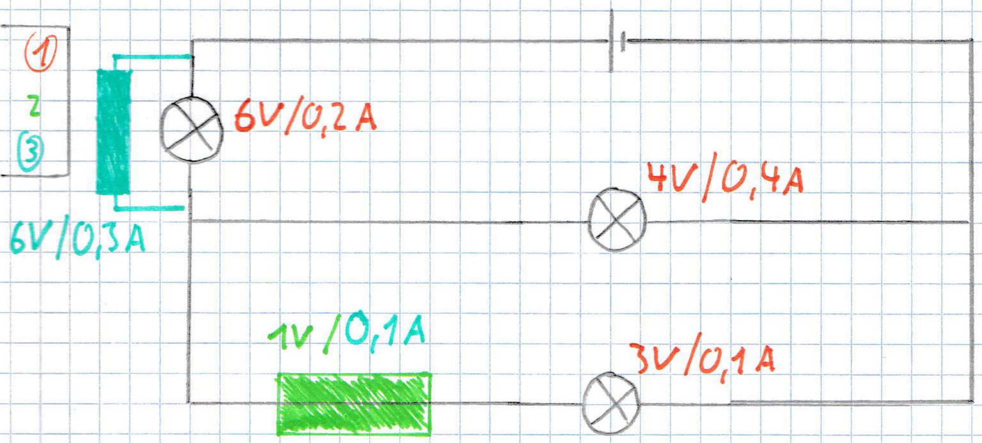
+ Skripte Elektrotechnik

Lämpchen - Aufgabe

Gegeben: Batterie 10V

Lämpchen 4V / 0,4A ; 6V / 0,2A ; 3V / 0,1A

Mögliche Lösung



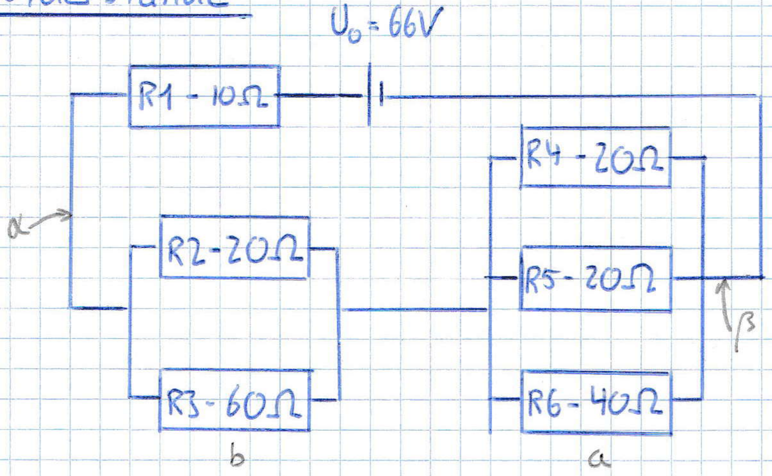
1. Maschenregel: Wird in allen Maschen 10V verbraucht?

2. Ist die Knotenregel erfüllt? Wird die Stromstärke korrekt aufgeteilt?

• Die Positionen der Lämpchen können auch gegeben sein. Hierbei muss insbesondere die Einhaltung der Maschenregel beachtet werden!

Mehrere Widerstände

Gegeben:



1. Ersatzwiderstand R_0

$a = 1/20 + 1/20 + 1/40 = 1/8 = 8\,\Omega$

$b = 1/20 + 1/60 = 1/15 = 15\,\Omega$

$R_0 = 10 + 15 + 8 = \underline{33\,\Omega}$

2. Stromstärke I_0

$I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{66V}{33\Omega} = \underline{2A}$

3a) Stromstärke I_2

$3 \cdot 1/4 \cdot 2A = \underline{1,5A}$

Gegenwiderstand : Gesammtwiderstand = Stromstärke

3b) Stromstärke I_4

$R_{56} = 1/20 + 1/40 = 40/3\,\Omega \rightarrow R_{456} = 100/3\,\Omega \quad 40/3 : 100/3 = 2/5$

$2/5 \cdot 2A = \underline{0,8A} = I_4$

4) Spannungsdifferenz α/β

$R_{\alpha\beta} = a + b = 8 + 15 = 23\,\Omega \cdot 2A = \underline{46V}$

5) Leistung P6

$R_{45} = 1/20 + 1/20 = 1/10 = 10\,\Omega$; gesammt $= 50\,\Omega$

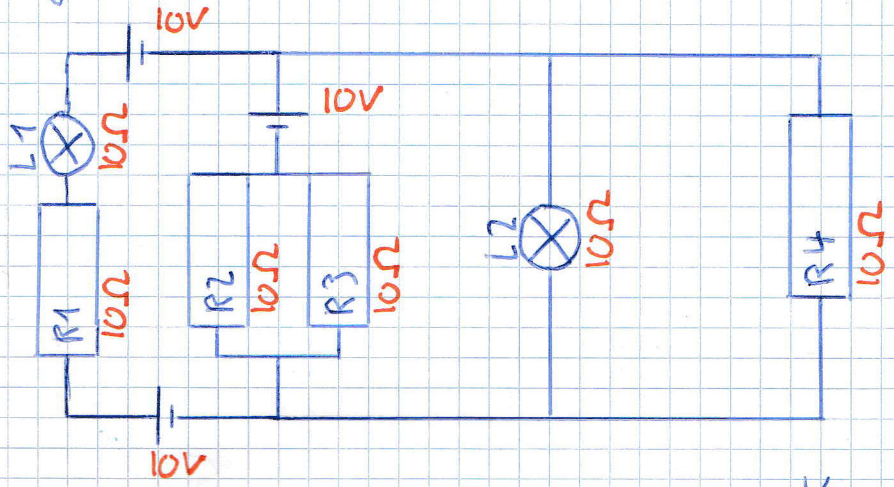
$10 : 50 = 0,2 \rightarrow 0,2 \cdot 2A = \underline{0,4A}$

$U_a = 8\,\Omega \cdot 2A = \underline{16V}$

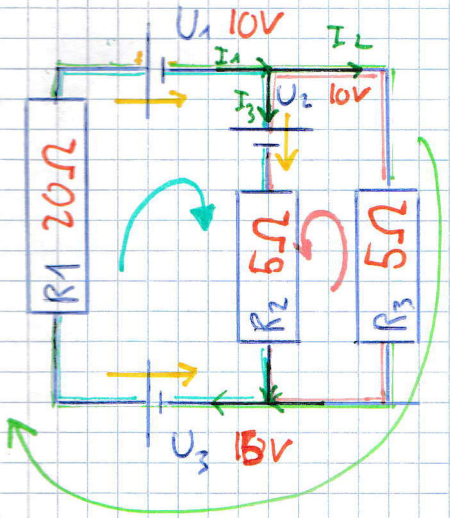
$16V \cdot 0,4A = \underline{6,4W}$

Mehrere Batterien

Gegeben



Alle diese Aufgaben können auf 1 Widerstand zwischen den Batterien vereinfacht werden. Dieses Schema ist IMMER gleich!



Vorgehen

1. Knotenregel definieren $\quad I_1 = I_2 + I_3$
2. Batterierichtung definieren $(+) \longrightarrow (-)$
3. Drehsinn definieren ↻ (jede Masche!) I II

Maschenregel aufstellen

$\Sigma_{EMK} = \Sigma_{Verbraucher}$

$$\begin{aligned}
&\text{I} & U_1 + U_2 - U_3 &= R1 \cdot I_1 \;\; R2 \cdot I_2 \\
&\text{II} & +U_2 &= R2 \cdot I_2 - R3 \cdot I_3 \\
&\text{III} & U_1 - U_3 &= R1 \cdot I_1 + R3 \cdot I_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{I} & 5 &= 5\,I_2 + 20\,I_1 \\
&\text{II} & +10 &= 5\,I_2 - 5\,I_3 \\
&\text{III} & -5 &= 20\,I_1 + 5\,I_3
\end{aligned}
\longrightarrow
\left(\begin{array}{ccc|c} 20 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & -5 & 10 \\ 20 & 0 & 5 & -5 \end{array}\right)$$

Auflösen mit Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 20 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & -5 & 10 \\ 0 & -5 & 5 & -10 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc|c} 20 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & -5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

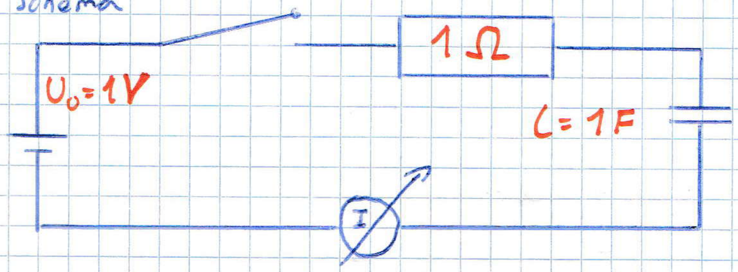
$I_3 = 0\,A$

$I_2 = 2\,A$

$I_1 = -0{,}25\,A$

Laden eines Kondensators

Schema



Ansatz

$U_0 = U_R + U_C \rightarrow U_0 = R \cdot I + \frac{Q}{C}$

$U_0 = R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q$

Ableiten

$0 = R\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{C}\frac{dQ}{dt}$

$0 = R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I \rightarrow R\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{C}I$

$\underline{\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I}$

Diff- Gleichung

$I(t) = I_0 \cdot e^{kt}$

$\frac{dI}{dt} = I_0 \cdot k \cdot e^{kt}$

$-\frac{1}{RC}\cancel{I_0} \cdot \cancel{e^{kt}} = \cancel{I_0} \cdot k \cdot \cancel{e^{kt}} \quad -\frac{1}{RC} = k$

Formel

$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$

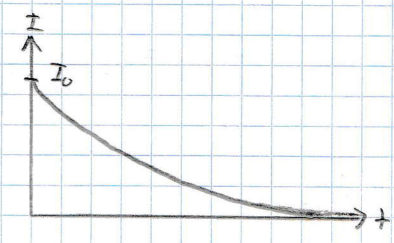
$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$

Beispiel

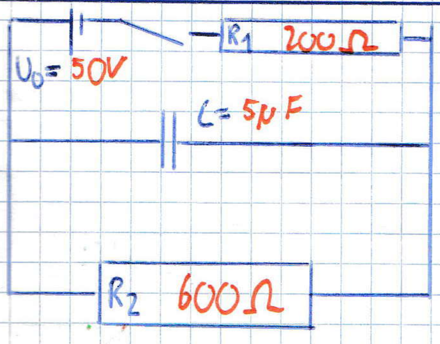
$U_0 = 1V \; ; R = 1\,\Omega \; ; C = 1F$

$I(t) = 1 \cdot e^{-1 \cdot t}$

$\underline{\underline{I(t) = e^{-t}}}$



Verhalten von Kondensatoren



a) Berechne I_{Batt} nach dem Schliessen des Schalters $(t=0)$ (Kondensator wird geladen)

$U_0 = U_R + U_C \rightarrow U_0 = R \cdot I + Q/C \rightarrow 0$ bei $t=0$

$U_0 = R \cdot I_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{50}{200} = 0{,}25A$

b) Berechne I_{Batt} nach langem Schliessen des Schalters $(t=\infty)$ (Kondensator ist geladen)

$U_0 = U_{R1} + U_{R2} \rightarrow U_0 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2$

$U_0 = I_1(R_1 + R_2) \rightarrow 50 = 800 I_0 \rightarrow \underline{I_0 = 0{,}0625A}$

TB 7 - Wärmelehre

Austauschreaktionen - 2 Flüssigkeiten

$m_{H_2O} = 0{,}1kg$ $T = 5°C$

$m_{Alk} = 0{,}015kg$ $T = 35°C$

$$\overset{Alk}{\Delta Q^{\uparrow}} = \overset{H_2O}{\Delta Q^{\downarrow}}$$

$$c_A \cdot m_A \cdot \Delta T = c_{H_2O} \cdot m_{H_2O} \cdot \Delta T$$

$$c_A \cdot m_A \cdot (T_A - T_M) = c_H \cdot m_H \cdot (T_M - T_{H_2O})$$

$$2430 \cdot 0{,}015(35 - T_M) = 4190 \cdot 0{,}1\,(T_M - 5°)$$

$$3370{,}75 = 455{,}55\, T_M$$

$$7{,}4°C = T_M$$

Verschiedene Aggregatszustände

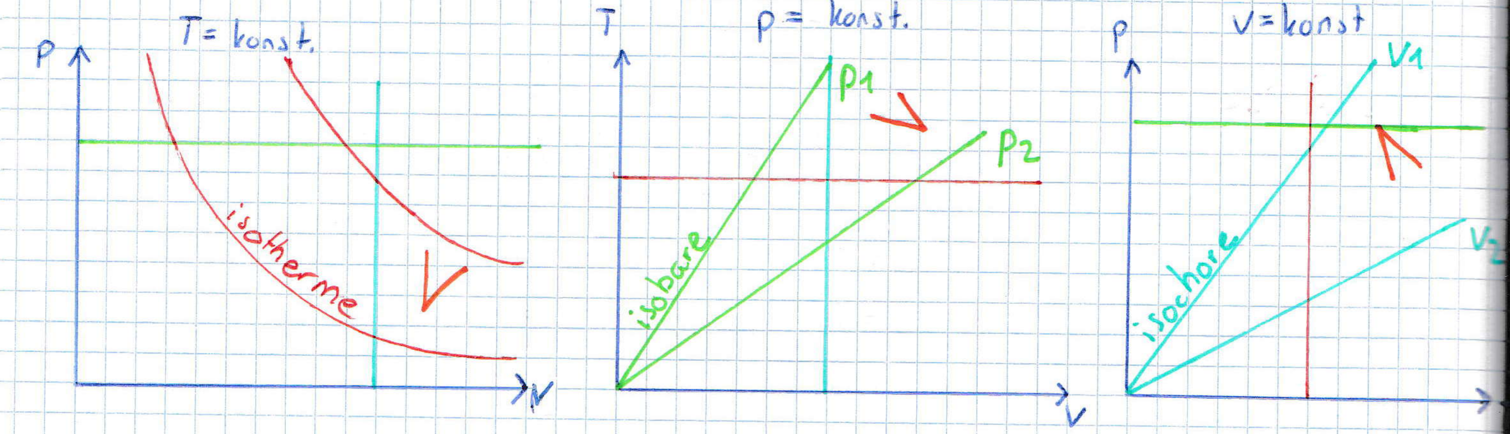
$$\Delta Q^{\uparrow} = \Delta Q^{\downarrow} + Q^{\downarrow}_{Schmelz} + Q^{\downarrow}_{Eis}$$

$$c_1 \cdot m_1 (T_1 - T_M) = c_2 \cdot m_2 (T_M - T_2) + l_s \cdot m_2 + c_{Eis} \cdot m_{Eis} (T_s - T_{Eis})$$

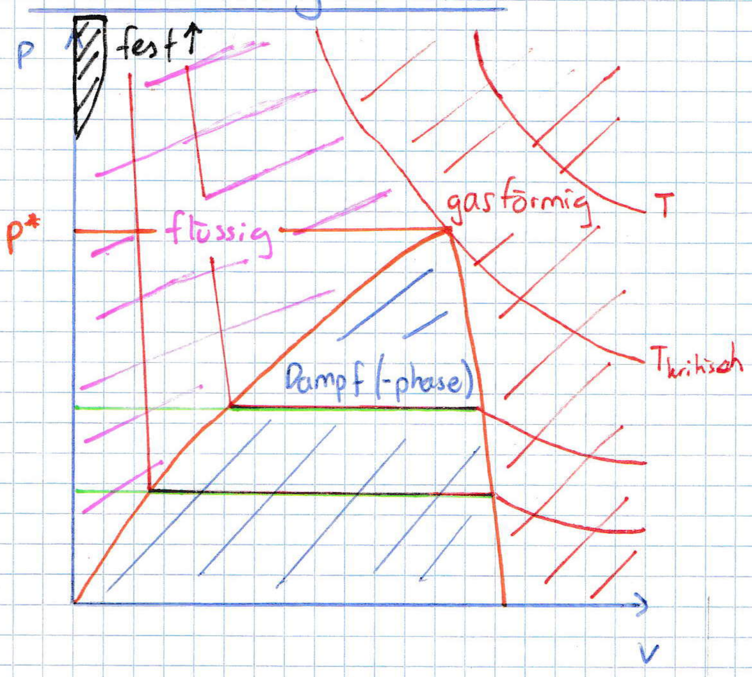
1. $\Delta Q^{\uparrow}_{Max}$ berechnen
2. $Q^{\downarrow}_{Eis}$
3. $Q^{\downarrow}_{Schmelz}$
4. T_{misch} berechnen

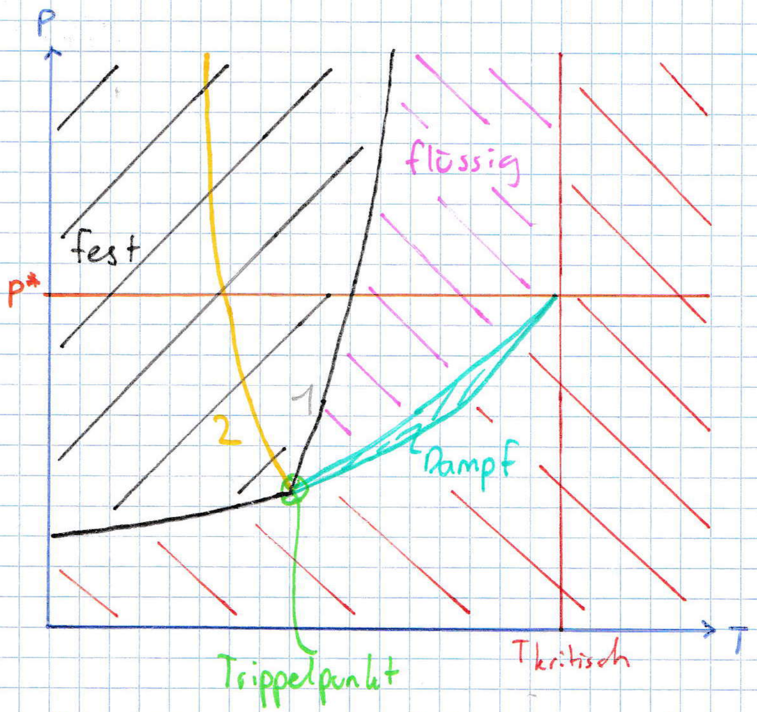
Wenn ein Zustand nicht erreicht werden kon, muss der nächste gar nicht mehr berechnet werden!
Das Ziel ist es, den Endzustand inkl. Verhältnis zu definieren.

Zustandsdiagramme



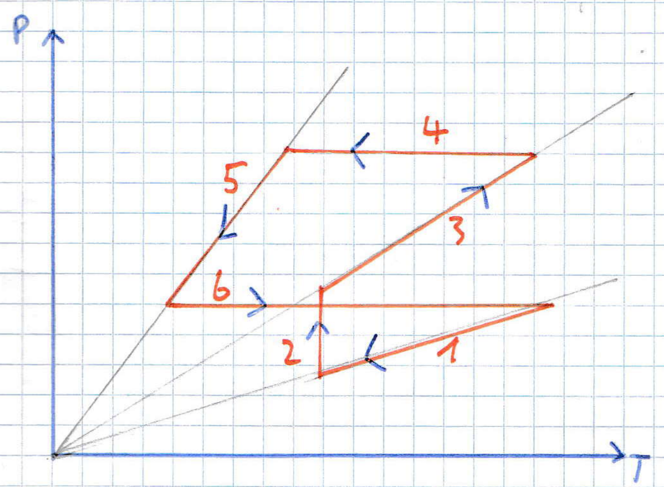
Phasendiagramme

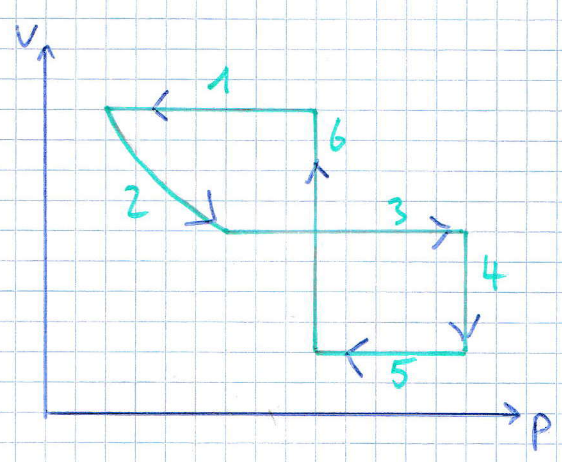




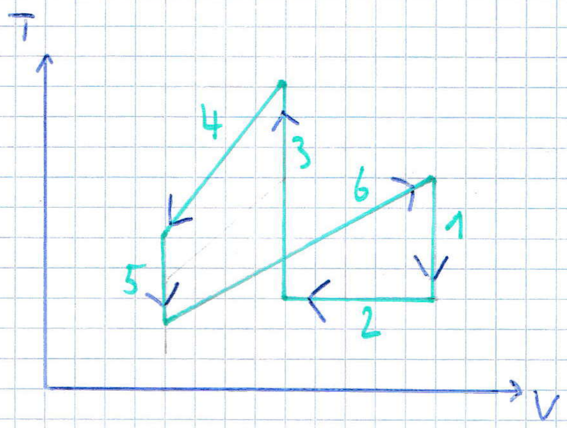
Für Wasser wird Kurve 1 mit Kurve 2 ersetzt.

Kreisprozesse





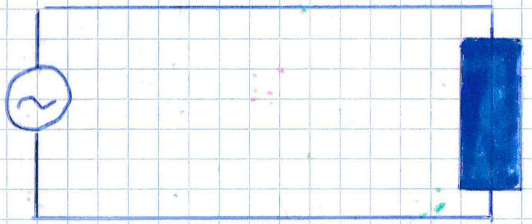
1) isochore abkühlung (druckabnahme)
2) isotherme druckzunahme
3) isochore erwärmung (druckzunahme)
4) isobare abkühlung
5) isochore abkühlung (druckabnahme)
6) isobare erwärmung



Schnittpunkte treffen immer in allen Diagrammen auf!

TB 11 - Wechselstrom

Ohmscher Widerstand



Widerstand $R = U/I$

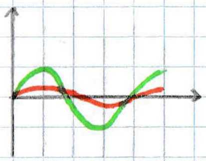
$U = R \cdot I$

Maschenregel: $\sum U_{EMK} = \sum U_{Verbraucher}$

$U_0 \cdot \sin(\omega t) = R \cdot I$

$\frac{U_0}{R} \cdot \sin(\omega t) = I$

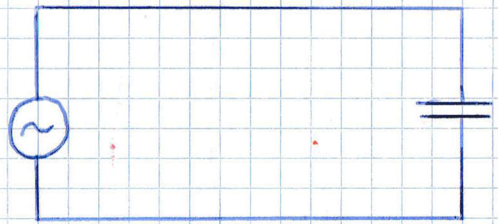
$I_0 \cdot \sin(\omega t) = I(t)$



In Phase

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

Kondensator



Kapazität $C = Q/U$

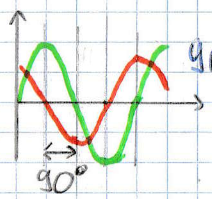
$U = Q/C$

$U_0 \cdot \sin(\omega t) = Q/C$

$Q = C \cdot U_0 \cdot \sin(\omega t)$

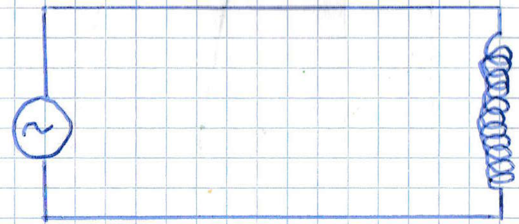
$\frac{dQ}{dt} = C \cdot U_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$

$I(t) = C \cdot U_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$



90° Phasenverschoben

Spule



Induktivität $L = \frac{\mu n^2 A}{l}$

$U = -L \frac{dI}{dt}$

$U_0 \cdot \sin(\omega t) = -L \frac{dI}{dt}$

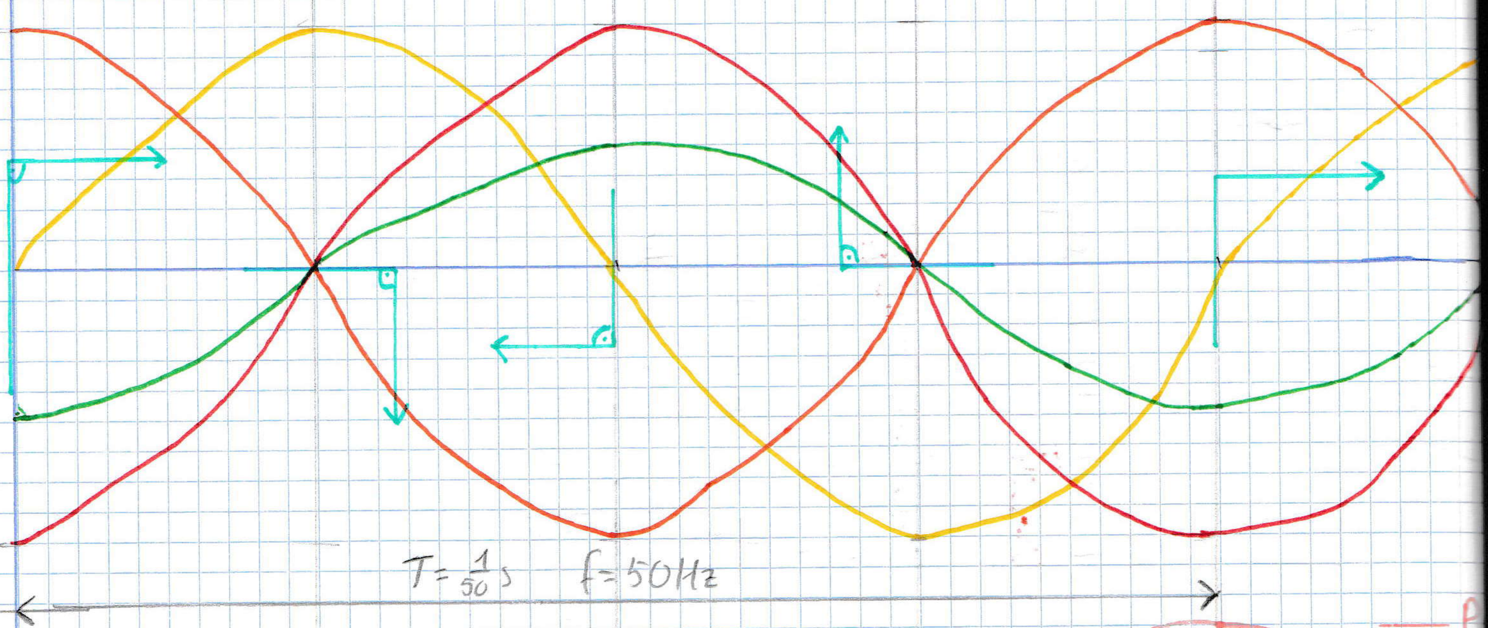
$-\frac{U_0}{L} \cdot \sin(\omega t) = \frac{dI}{dt}$

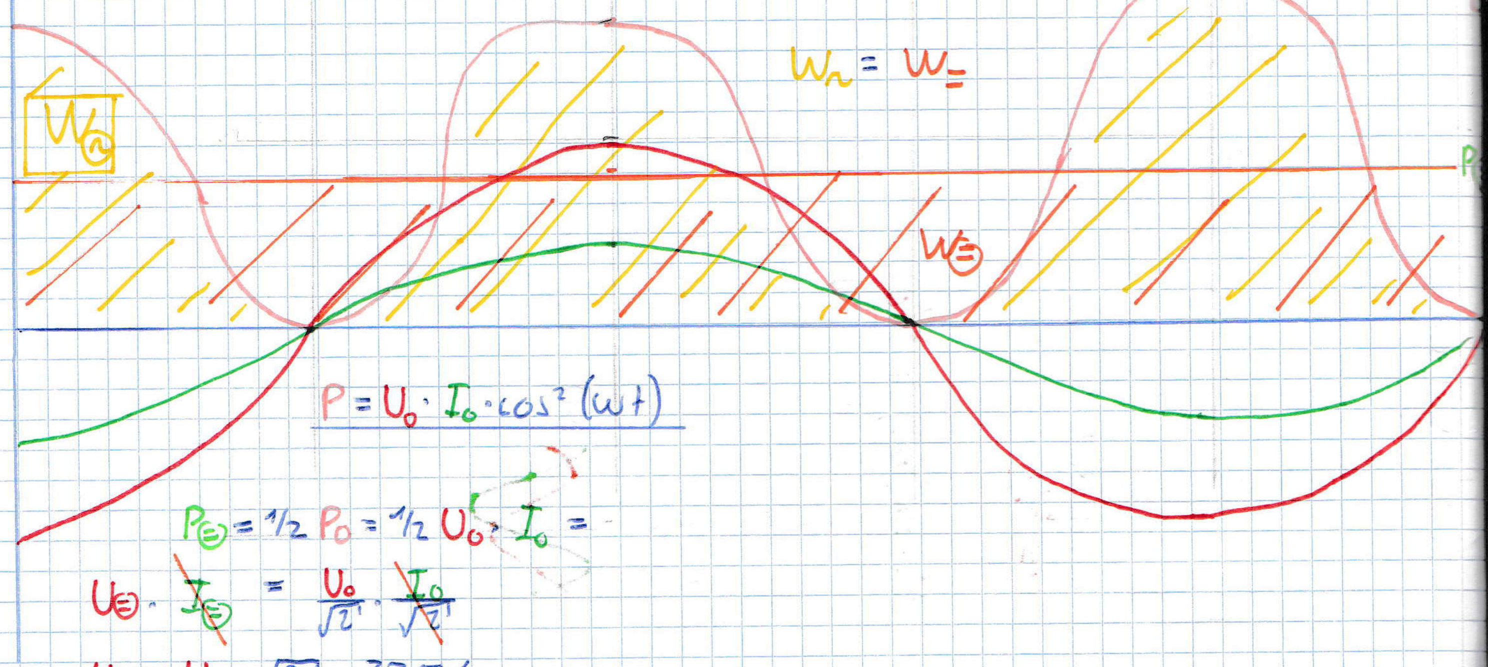
$I = -\frac{U_0}{L} \int \sin(\omega t)\, dt$

$= -\frac{U_0}{L} \int \sin(u) \cdot \frac{1}{\omega}\, du$

$I = -\frac{U_0}{\omega L} \cdot \cos(\omega t)$

Φ $\quad \frac{d\Phi}{dt}$ $\quad U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$ $\quad I_{ind} = \frac{U_{ind}}{R}$ mit $R = 2$



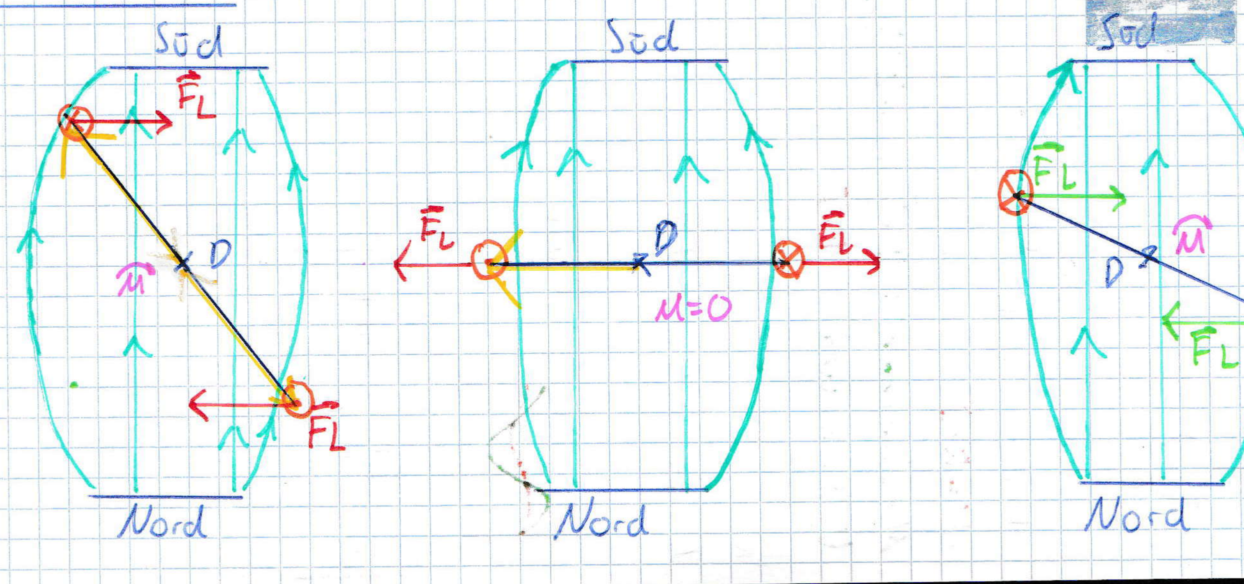


$P_{=} = \frac{1}{2} P_0 = \frac{1}{2} U_0 \cdot I_0 =$

$U_{=} \cdot \cancel{I_{=}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \cancel{\frac{I_0}{\sqrt{2}}}$

$U_0 = U_{=} \cdot \sqrt{2} = 325V$

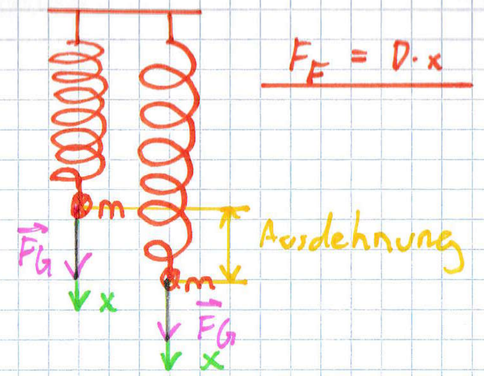
Elektromotor



Diff-Gleichungen

Lösungsansätze folgen

Federpendel



$F_F = D \cdot x$

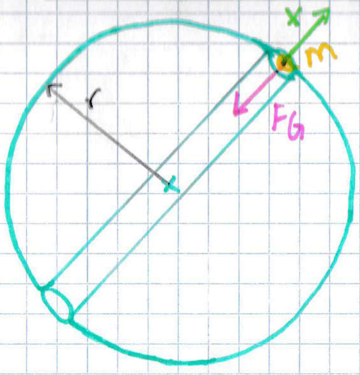
$F_{\cancel{x}} = m \cdot a = m\frac{d^2x}{dt^2}$

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -D \cdot x$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{D}{m} \cdot x$

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Postsystem



$F_G = m \cdot g$

Bedingung: homogene Erde

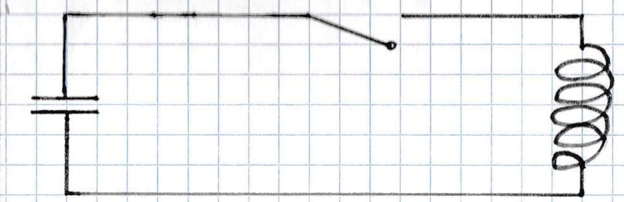
$F_x = -m \cdot a = -m\frac{d^2x}{dt^2}$

$-m\frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot g \cdot \frac{x}{r}$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{r} \cdot x$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$

elektrischer Schwingkreis



$U = Q/C$

$U_{ind} = -L\frac{dI}{dt}$

$\Sigma U_{EMK} = \Sigma U_{Verbraucher}$

$-L\frac{dI}{dt} = \frac{Q}{C}$

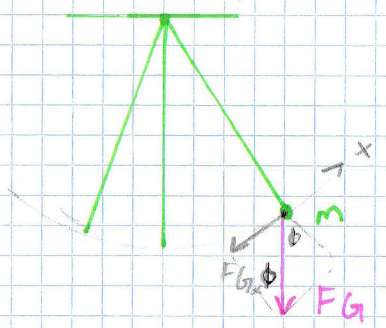
$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} \cdot Q$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Für das Laden eines Kondensators siehe TB 10.

$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$

Fadenpendel



$$F_x = m \cdot a = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -F_G \sin\phi$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g \sin\phi$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{L} \cdot x$$

für kleine Winkel ≡
$\sin\phi = \phi$
Und $\phi = x/L$

$$\omega = \sqrt{g/L}$$

Lösungsansätze

Am Beispiel Federpendel

Trigonometrischer Ansatz

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{D}{m}x$$

$$x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$$\frac{dx}{dt} = x_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x_0 \cdot \omega^2 \cdot -\sin(\omega t)$$

$$-\cancel{x_0} \cdot \omega^2 \cdot \cancel{\sin(\omega t)} = -\frac{D}{m} \cdot \cancel{x_0} \cdot \cancel{\sin(\omega t)}$$

$$-\omega^2 = -\frac{D}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

i-Ansatz

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{D}{m}x$$

$$x(t) = x_0 \cdot e^{i\omega t}$$

$$\frac{dx}{dt} = x_0 \cdot i \cdot \omega \cdot e^{i\omega t}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x_0 \cdot i^2 \cdot \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$-x_0 \cdot \omega^2 \cdot \cancel{e^{i\omega t}} = -\frac{D}{m} \cancel{x_0} \cdot \cancel{e^{i\omega t}}$$

$$-\omega^2 = -\frac{D}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Diese Ansätze funktionieren nur, wenn nur die nullte und zweite Ableitung vorhanden sind.

Einzig das Laden eines Kondensators benötigt einen anderen Ansatz, da hier die nullte und erste Ableitung vorhanden sind.

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC} I$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{kt}$$

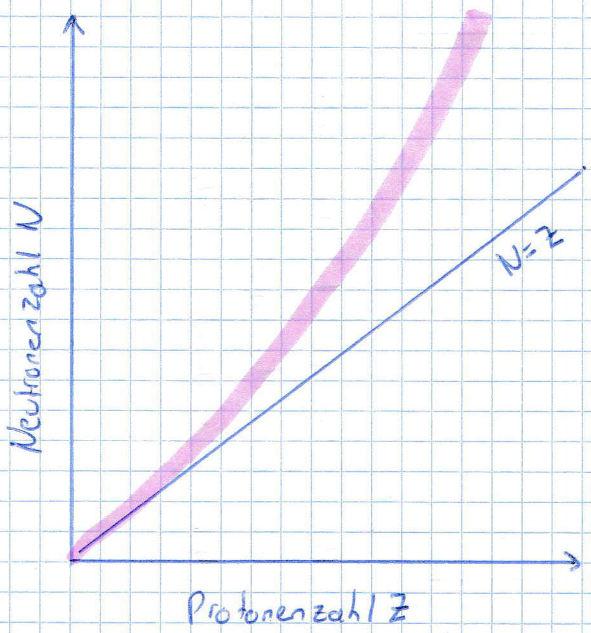
$$\frac{dI}{dt} = I_0 \cdot k \cdot e^{kt}$$

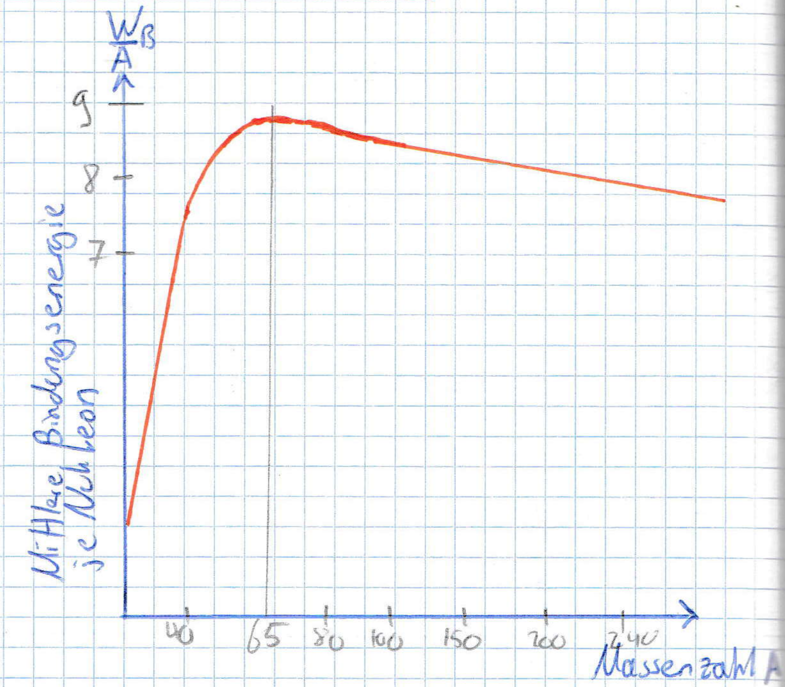
$$\cancel{I_0} \cdot k \cdot \cancel{e^{kt}} = -\frac{1}{RC} \cancel{I_0} \cdot \cancel{e^{kt}}$$

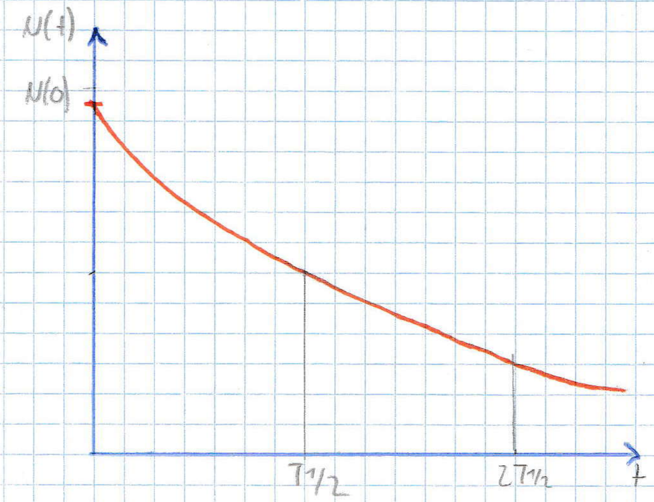
$$k = -\frac{1}{RC}$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$$

TB 3 - Radioaktivität

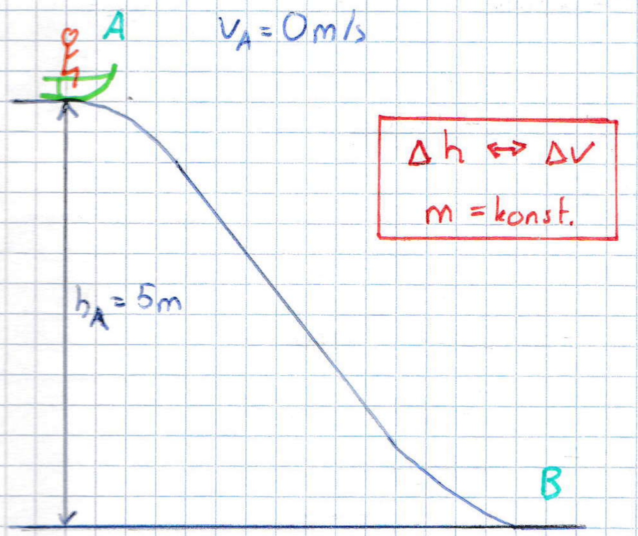






$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$ mit $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

TB 8/9 – Energie/Impuls/Kraft am Punkt



Energie – Höhe – Problem

$$E_{Total\,A} = E_{Total\,B}$$

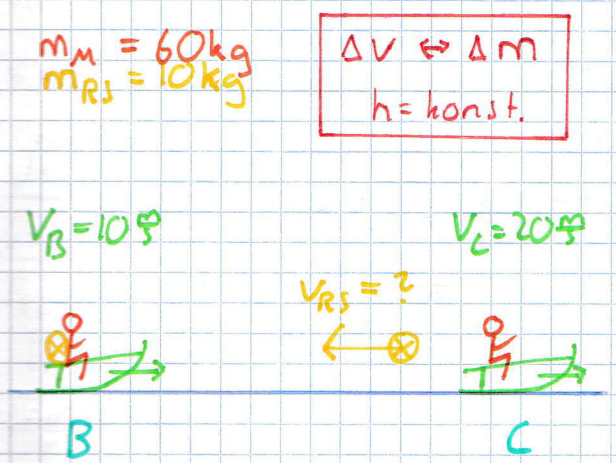
$$E_{pot\,A} + \cancel{E_{kin\,A}} = \cancel{E_{pot\,B}} + E_{kin\,B}$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = 0{,}5\,\cancel{m}\,v_B^2$$

$$2 \cdot g \cdot h_A = v_B^2$$

$$\sqrt{2 \cdot g \cdot h_A} = v_B$$

$$\sqrt{2 \cdot 10\tfrac{m}{s^2} \cdot 5m} = 10\,m/s$$



Impuls – Masse – Problem

$$\vec{p}_B = \vec{p}_C$$

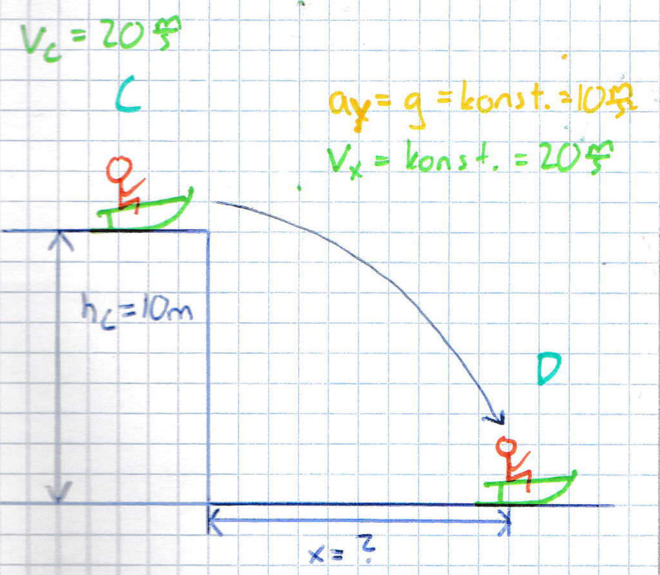
$$m_{total} \cdot \vec{v}_B = m_{Mensch} \cdot \vec{v}_C + m_{Rucksack} \cdot \vec{v}_{Rucksack}$$

$$70kg \cdot 10\tfrac{m}{s} = 60kg \cdot 20\tfrac{m}{s} + 10kg \cdot \vec{v}_{RS}$$

$$700 = 1200 - 10 v_{RS}$$

$$10 v_{RS} = 500$$

$$v_{RS} = \underline{50\tfrac{m}{s}}$$



Schiefer Wurf

Y

$$s_y = 0{,}5 \cdot g \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_y}{g}}$$

X

$$s_x = v_x \cdot t$$

$$s_x = v_x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot s_y}{g}}$$

$$s_x = 20\tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10m}{10\tfrac{m}{s^2}}}$$

$$s_x \approx 28{,}3m$$

Gleichmässige Kreisbewegung

$W = \frac{GmM}{r_B} - \frac{GmM}{r_A}$; $E_{pot} = mgh$ oder $-\frac{GmM}{r}$ $\quad G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg\cdot s^2}$

mit $g = konst$

$E_{kin} = 0{,}5mv^2$; Energie eines "Satelliten" $E = 0{,}5mv^2 - \frac{GmM}{r}$

V-Bahn

"math"	=	"phys"	=	"phys neu"
F_{radial}	=	$F_{Gravitation}$	=	$F_{Gravitation}$
$m\cdot a_{rad}$ / $\frac{m\cdot v_{Bahn}^2}{r}$	=	$m\cdot g$	=	$\frac{GmM}{r^2}$
		$v_{Bahn} = \sqrt{r\cdot g}$		$v_{Bahn} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

1. Kosmische Geschwindigkeit

Ein Satelit soll von $r_A = R$ auf $r_B = 2R$ aufsteigen.

$$W = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{2R} = \frac{GmM}{2R}$$

$$E_{kin_A} = E_{pot_B}$$

$$0{,}5mv^2 = \frac{GmM}{2R}$$

$$v_{Abschuss} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Die 1. kosmische Geschwindigkeit entspricht auch der Bahngeschwindigkeit auf der Oberfläche.

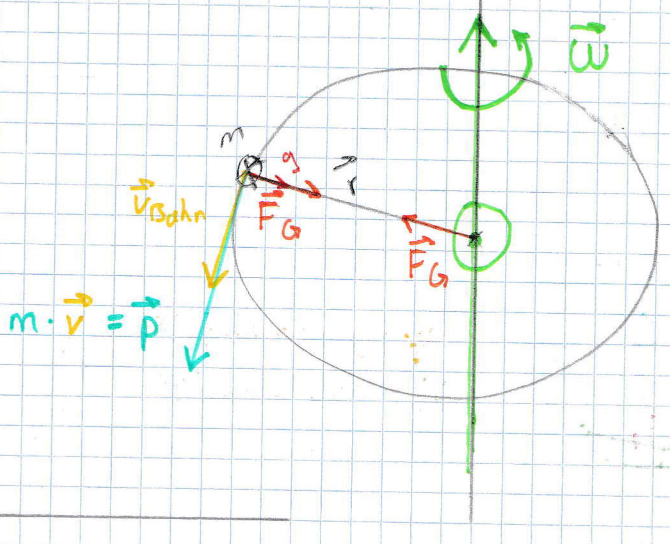
2. Kosmische Geschwindigkeit

Der Satelit soll die Erde verlassen (r=

Energie Erde = Energie im unendlichen

$$0{,}5mv^2 - \frac{GmM}{R} = 0 - 0$$

$$v_{Flucht} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$



Geostationärer Satelit

$$F_{rad} = F_{Gravitation}$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$$

mit $v = \omega r$

$\omega = \left(\frac{2\pi}{T}\right)$

$$\frac{\cancel{m}(\omega r)^2}{\cancel{r}} = \frac{G\cancel{m}M}{r^{\cancel{2}}}$$

$$r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{r^3}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r^3}$$

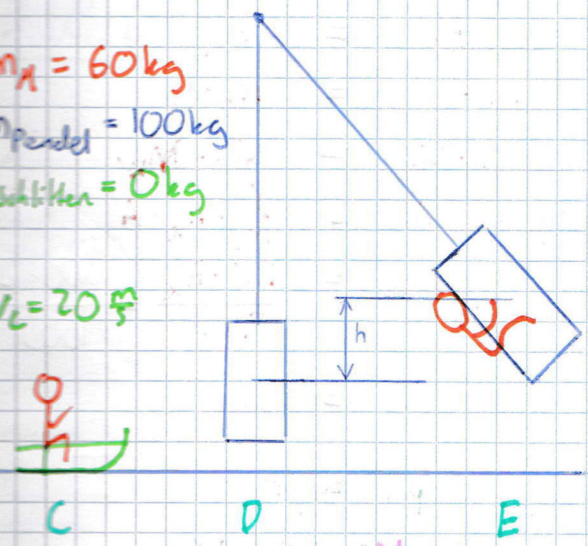
$$T = \frac{(2\pi)^2 r^3}{GM}$$

$m_M = 60kg$

$m_{Pendel} = 100kg$

$m_{Schlitten} = 0kg$

$v_C = 20\frac{m}{s}$



Balistisches Pendel

Impulsbilanz C-D

$$\vec{p}_C = \vec{p}_D$$
$$m_M \cdot \vec{v}_C = m_{total} \cdot \vec{v}_D$$
$$\frac{m_M \cdot \vec{v}_C}{m_{total}} = \vec{v}_D$$
$$\frac{60kg \cdot 20\frac{m}{s}}{160kg} \rightarrow 7{,}5\frac{m}{s} = \vec{v}_D$$

Energiebilanz D-E

$$E_{total D} = E_{total E}$$
$$\cancel{E_{pot D}} + E_{kin D} = E_{pot E} + \cancel{E_{kin E}}$$
$$0{,}5\cancel{m} v_D^2 = \cancel{m} \cdot g \cdot h_E$$
$$\frac{0{,}5 v_D^2}{g} = h_E$$
$$\frac{0{,}5 \cdot 7{,}5^2}{10} \Rightarrow 2{,}8m \approx h_E$$

Ungleichmässige Kreisbewegung

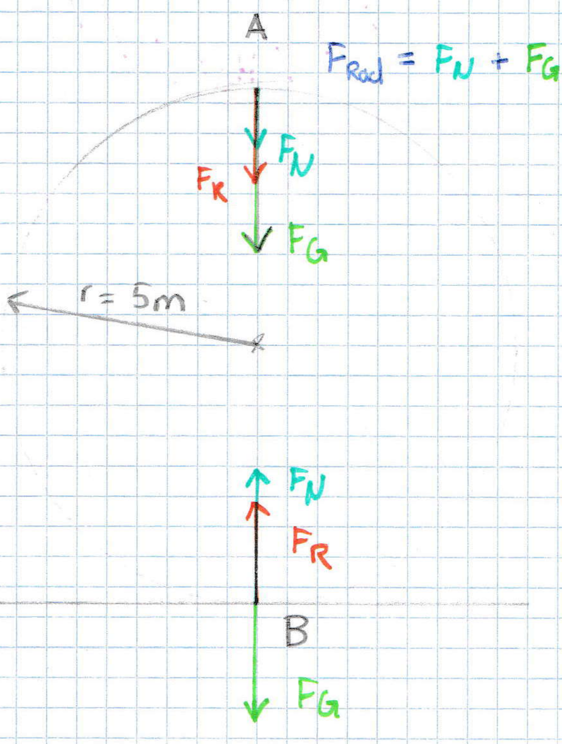
v-kritisch

$$F_N = 0$$
$$F_{Rad} = F_G$$
$$\frac{\cancel{m}v^2}{r} = \cancel{m} \cdot g$$
$$v_{kritisch} = \sqrt{r \cdot g}$$
$$v_k = \sqrt{5 \cdot 10}$$
$$v_k = 7{,}07\frac{m}{s}$$

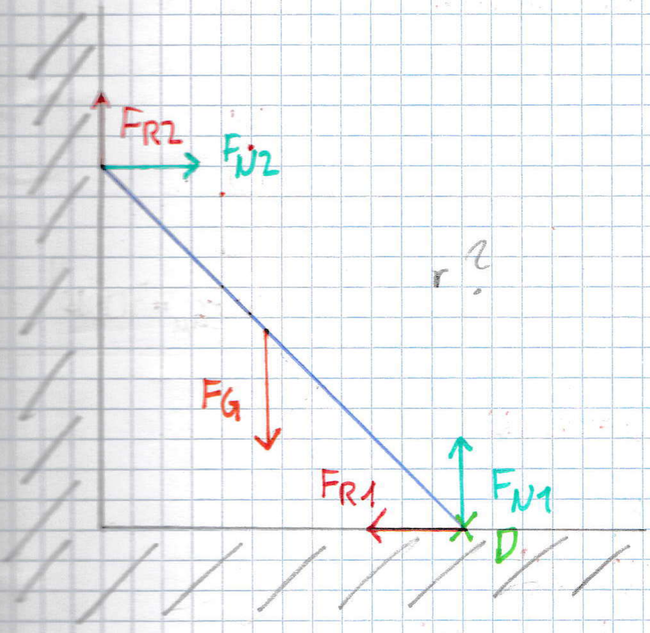
v-B

$$E_{total A} = E_{total B}$$
$$E_{kin A} + E_{pot A} = E_{kin B} + \cancel{E_{pot B}}$$
$$0{,}5\cancel{m} v_A^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_A = 0{,}5\cancel{m} v_B^2$$
$$\sqrt{v_A^2 + g \cdot h_A \cdot 2} = v_B$$
$$\sqrt{7{,}07^2 + 10 \cdot 10 \cdot 2} = 15{,}8 = v_B$$

$$0{,}5\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}gh_A = 0{,}5\cancel{m}v_B^2$$
$$g \cdot r + 2 \cdot g \cdot h_A = v_B^2$$
$$g \cdot r + 2g \cdot 2r = v_B^2$$
$$\sqrt{5gr} = v_B$$



Gleichgewichte



Leiter-Problem

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\overset{\curvearrowleft}{M_D} = \overset{\curvearrowright}{M_D}$$

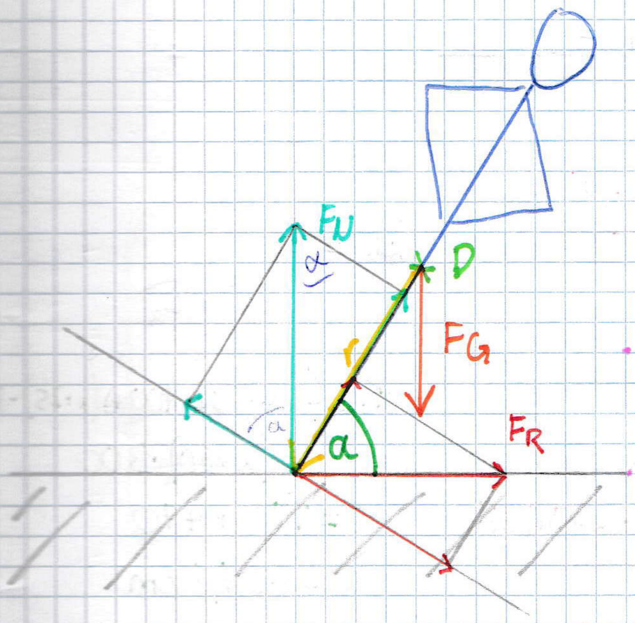
$$\vec{r} \times \vec{F_G} = \vec{r} \times \vec{F}_{R2}$$

$$r \cdot F_G \cdot \cos(\alpha) = r \cdot \vec{F_R} \cdot \sin(\alpha)$$

$$\cancel{r} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \cos(\alpha) = \cancel{r} \cdot f \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = f$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{f}\right)$$



Velo-Problem

$$\overset{\curvearrowleft}{M_D} = \overset{\curvearrowright}{M_D} \qquad \text{mit } F_N = F_G$$

$$\vec{r} \times \vec{F_R} = \vec{r} \times \vec{F_N}$$

$$r \cdot F_R \cdot \sin(\alpha) = r \cdot F_N \cdot \cos(\alpha)$$

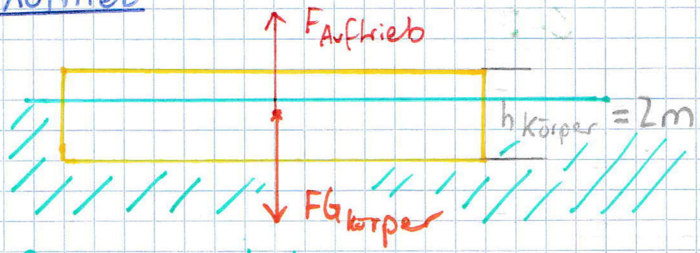
$$\cancel{r} \cdot f \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \sin(\alpha) = \cancel{r} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{f}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{f}\right)$$

Hydrostatik

Auftrieb

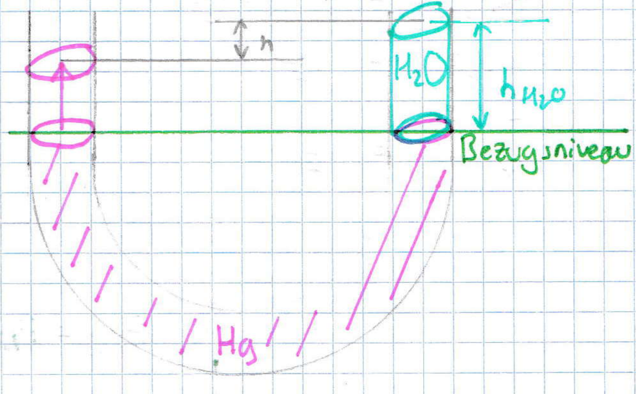


$\rho_{Wasser} = 1000\ kg/m^2$

$\rho_{Körper} = 600\ kg/m^2$

$$F_A = F_G$$
$$m \cdot \cancel{g} = m \cdot \cancel{g}$$
$$\rho_W \cdot V_W = \rho_K \cdot V_K$$
$$\rho_W \cdot h_W \cdot \cancel{A} = \rho_k \cdot h_k \cdot \cancel{A}$$
$$h_W = \frac{\rho_k \cdot h_k}{\rho_W} = \frac{600 \cdot 2}{1000}$$
$$= 1.2m$$

U-Rohr

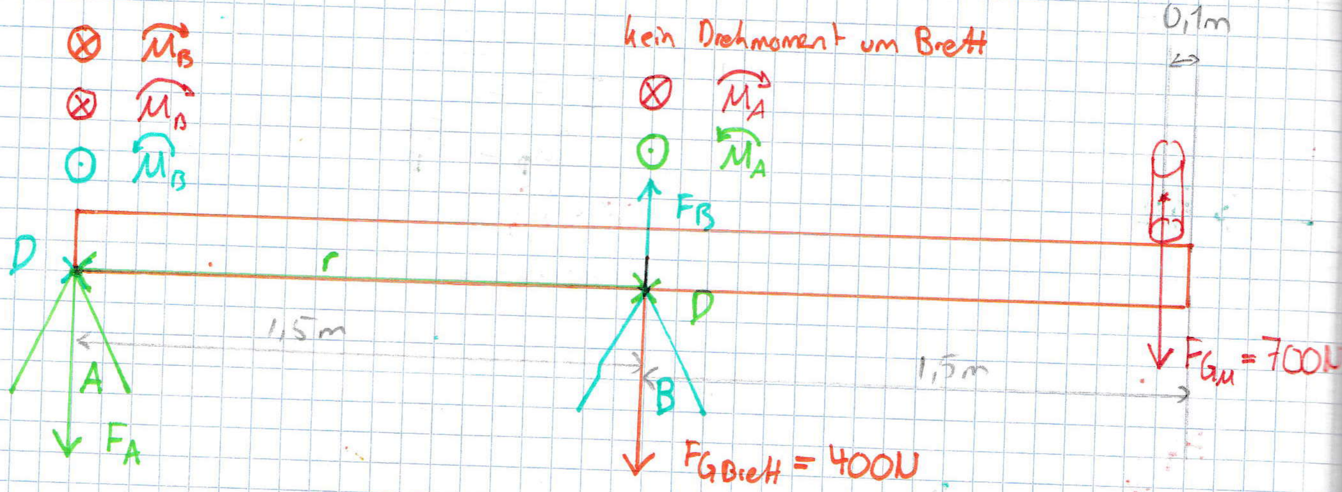


$$p_l = p_r$$
$$\cancel{p_0} + p_{s_{Hg}} = \cancel{p_0} + p_{s_{H_2O}}$$
$$\rho_{Hg} \cdot h_{Hg} = \rho_{H_2O} \cdot h_{H_2O}$$
$$h_{Hg} = \frac{\rho_{H_2O} \cdot h_{H_2O}}{\rho_{Hg}}$$
$$h = h_{H_2O} - h_{Hg}$$

Stoss

Statisches Gleichgewicht

"Sprungbrett"



Stütze A

$\overset{\frown}{M}_A = \overset{\frown}{M}_A$

$r \cdot F_A = r \cdot F_{GM}$

$1{,}5\, F_A = 1{,}4m \cdot 700N$

$\underline{F_A = 653N}$

Stütze B

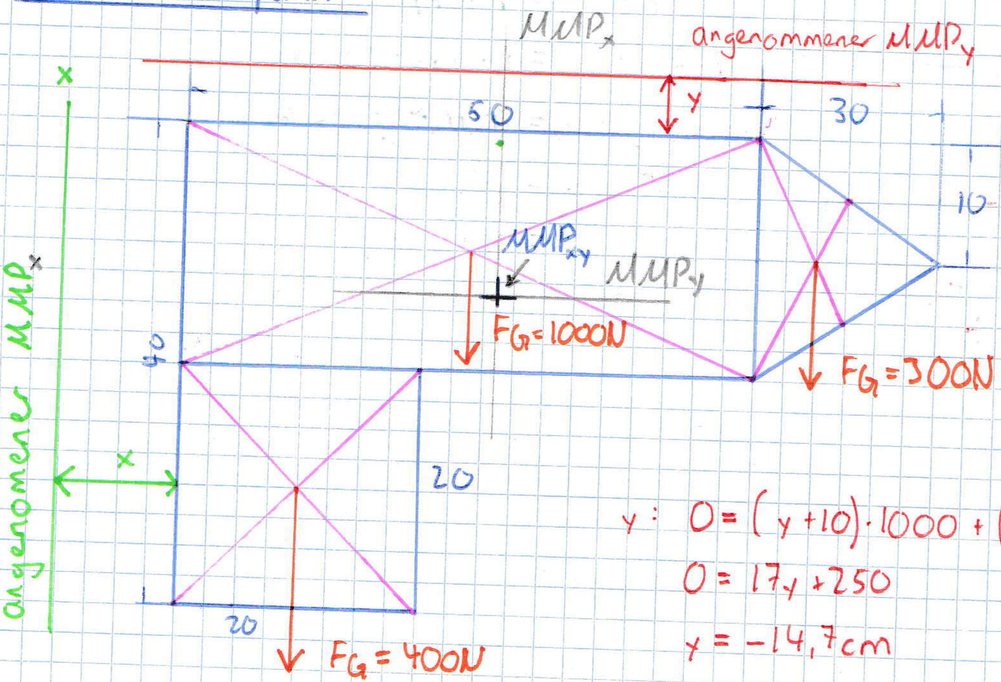
$\overset{\frown}{M}_B = \overset{\frown}{M}_B + \overset{\frown}{M}_B$

$r \cdot F_B = r \cdot F_{GM} + r \cdot F_{GB}$

$1{,}5\, F_B = 2{,}9 \cdot 700N + 1{,}5 \cdot 400$

$\underline{F_B = 1753N}$

Massenmittelpunkt



$\overset{\frown}{M} = \overset{\frown}{M}$

$0 = \overset{\frown}{M}_1 + \overset{\frown}{M}_2 + \overset{\frown}{M}_3$

$x: 0 = (x+10)\cdot 400 + (x+25)\cdot$
$+ (x+60)\cdot 300$

$0 = 17x + 470$

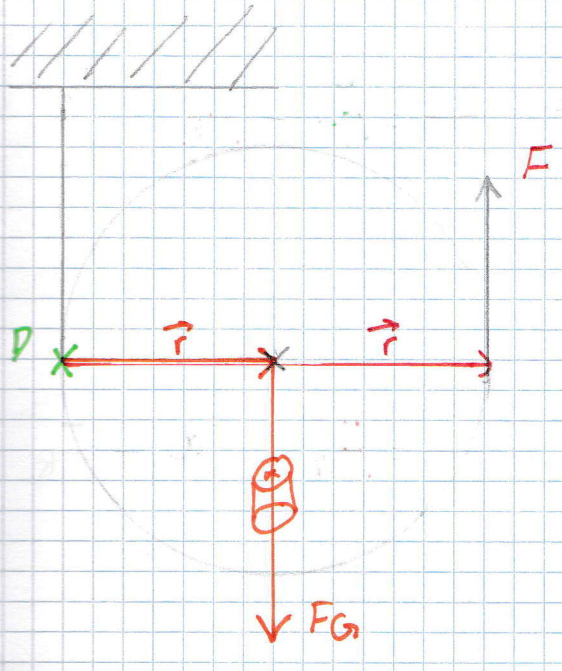
$x = -27{,}6\,cm$

$y: 0 = (y+10)\cdot 1000 + (y+30)\cdot 400 + (y+10)\cdot 300$

$0 = 17y + 250$

$y = -14{,}7\,cm$

Rollen



Lose Rolle

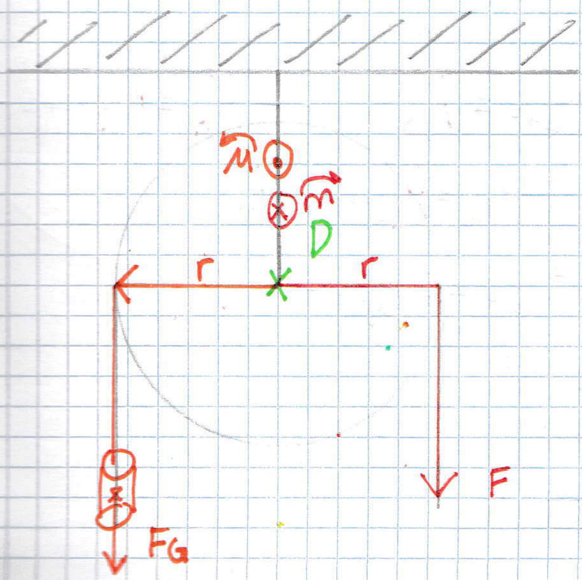
$$\overleftarrow{M_D} = \overrightarrow{M_D}$$

$$\vec{r} \cdot F_G = \vec{r} \cdot F \qquad \text{mit } r = 2r$$

$$F_G = 2F$$

$$\tfrac{1}{2} F_G = F$$

Kraft wird halbiert



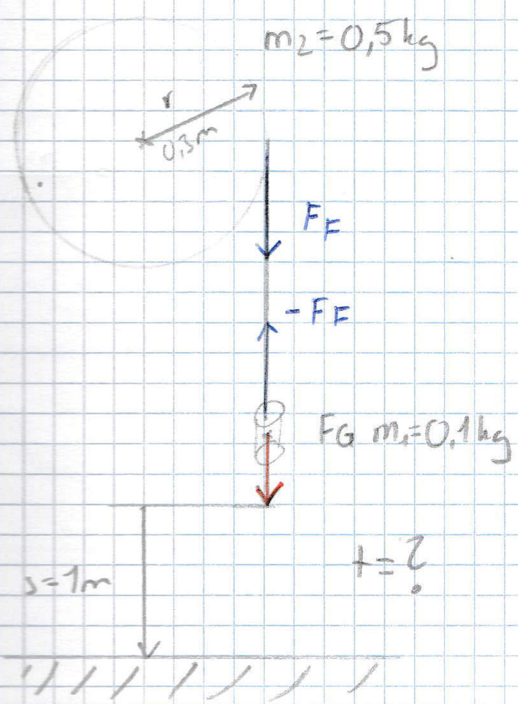
Feste Rolle

$$\overleftarrow{M_D} = \overrightarrow{M_D}$$

$$r \cdot F_G = r \cdot F \qquad \text{mit } r = r$$

$$F_G = F$$

Kraft umlenken.



Beschleunigte Rolle

$$J\alpha = r \cdot F_F \qquad \text{mit } F_F = F_G - m \cdot a$$

$$J\alpha = r(F_G - m_1 a) \qquad \text{mit } \alpha = \frac{a}{r}$$

$$J\frac{a}{r} = rF_G - rm_1 a \qquad \text{mit } J = m_2 r^2$$

$$rF_G = a\left(\frac{J + r^2 m_1}{r}\right)$$

~~a =~~

$$a = \frac{F_G r^2}{J + r^2 m_1}$$

$$a = \frac{m_1 \cdot g \cdot \cancel{r^2}}{m_2 \cancel{r^2} + m_1 \cancel{r^2}} =$$

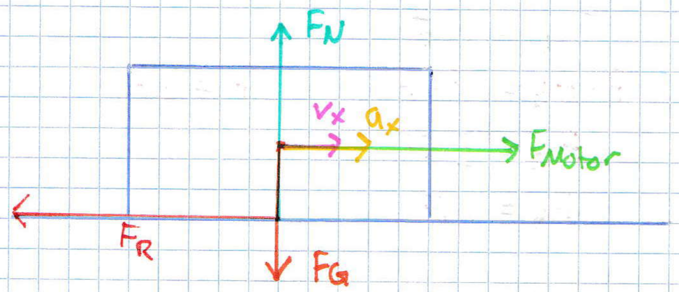
$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$$

$$s = 0{,}5at^2$$

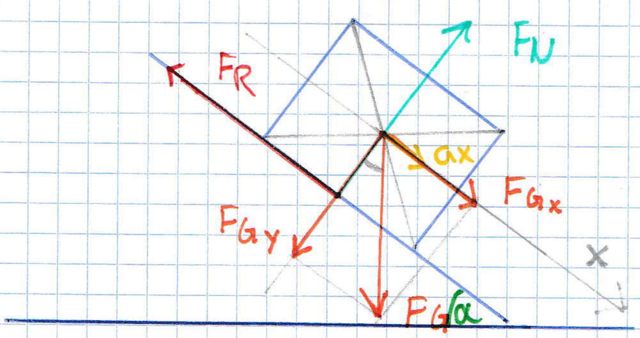
$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s(m_1 + m_2)}{m_1 \cdot g}}$$

Bewegung starrer Körper



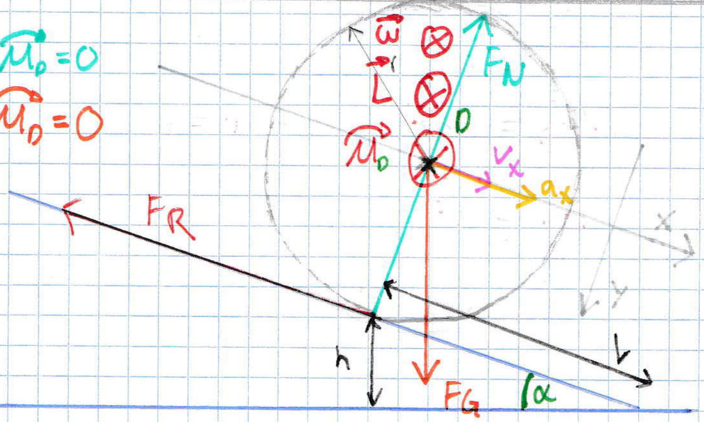
$$m a_x = m \frac{d^2x}{dt^2} = F_M - F_R$$



$$m a_x = m \frac{d^2x}{dt^2} = F_G \cdot \sin(\alpha) - F_R$$

$\vec{M}_0 = 0$

$\vec{M}_D = 0$



x: $m\frac{d^2x}{dt^2} = F_G \sin\alpha - F_R = m \cdot g \cdot \sin\alpha - F$

y: $m\frac{d^2x}{dt^2} = 0 = F_G \cdot \cos\alpha - F_N$

z: $M_z = \frac{dL}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = r \cdot F_R$

Rollbedingung:

$v = \omega r$

$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r$

Mit Bewegungsgleichung grau

$\frac{1}{r} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$ einsetzen

$\frac{I}{r} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = r \cdot F_R \rightarrow F_R = \frac{I}{r^2} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$ einsetzen

$m\frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot g \cdot \sin\alpha - \frac{I}{r^2} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{I}{r^2} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot g \cdot \sin\alpha \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{m + \frac{I}{r^2}}$

Für einen Hohlzylinder mit $J = 2/3\, M r^2$

$a_x = \frac{g \cdot \sin\alpha}{1 + 2/3} = g \sin\alpha \cdot 3/5$

$v_x = \int 3/5 \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot t^0 \, dt = \underline{3/5 \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot t}$

Mit Energieerhaltung

$E_{pot} = m\cdot g\cdot h$; $E_{kin} = 0{,}5 m v^2$; $E_{rot} = 0{,}5 m v^2 = 0{,}5 m \omega^2 r^2 = 0{,}5 J \omega^2$; $v = \omega \cdot r$

$$E_{A\,total} = E_{B\,total}$$
$$E_{A\,pot} = E_{B\,kin} + E_{B\,rot}$$
$$m\cdot g\cdot h = 0{,}5 m v^2 + 0{,}5 J \omega^2$$
$$2\cdot g\cdot h\cdot \cancel{m} = \cancel{m} v_B^2 + 2/3\, \cancel{m}\, \cancel{r^2} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r^2}}$$
$$2\cdot g\cdot l\cdot \sin\alpha = 5/3\, v_B^2$$
$$\sqrt{6/5\, g\cdot l\cdot \sin\alpha} = v_B$$

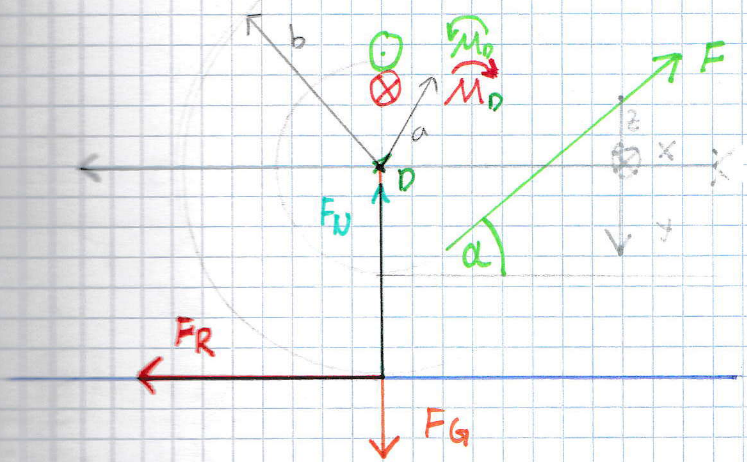
Für einen Hohlzylinder mit $J = 2/3\, M r^2$

$$v = \sqrt{6/5 \cdot 0{,}5 \cdot v\cdot t\cdot g\ \sin\alpha}$$
$$v^{\cancel{2}} = 3/5 \cdot t\cdot g\cdot \sin\alpha \cdot \cancel{v}$$
$$v = 3/5 \cdot g\cdot \sin\alpha \cdot t$$

mit $l = 0{,}5 a t^2$

$a = \frac{v}{t}$

$\hookrightarrow l = 0{,}5 \frac{v}{\cancel{t}} \cdot t^{\cancel{2}} \rightarrow 0{,}5 v t$

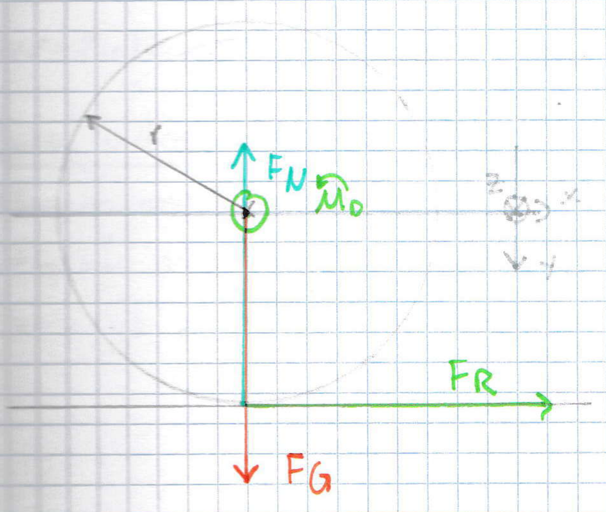


$$x:\ m\frac{d^2x}{dt^2} = F\cdot\cos\alpha - F_R$$
$$z:\ M = \frac{dL}{dt} = I\,\frac{d\omega}{dt} = b\cdot F_R - a\cdot F$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}\cdot b$$
$$\frac{I}{b}\cdot\frac{d^2x}{dt^2} = b\cdot F_R - a\,F$$
$$aF + \frac{I}{b}\cdot\frac{d^2x}{dt^2} = b\cdot F_R$$
$$\frac{a}{b}F + \frac{I}{b^2}\,\frac{d^2x}{dt^2} = F_R$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F\cos\alpha - \left(\frac{a}{b}F + \frac{I}{b^2}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}\right)$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{I}{b^2}\cdot\frac{d^2x}{dt^2} = F\cos\alpha - \frac{a}{b}F$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F\cos\alpha - \frac{b}{a}F}{m + \frac{I}{b^2}}$$

$a_x > 0$ wenn $\cos(\alpha) > b/a$

$a_x < 0$ wenn $\cos(\alpha) < b/a$

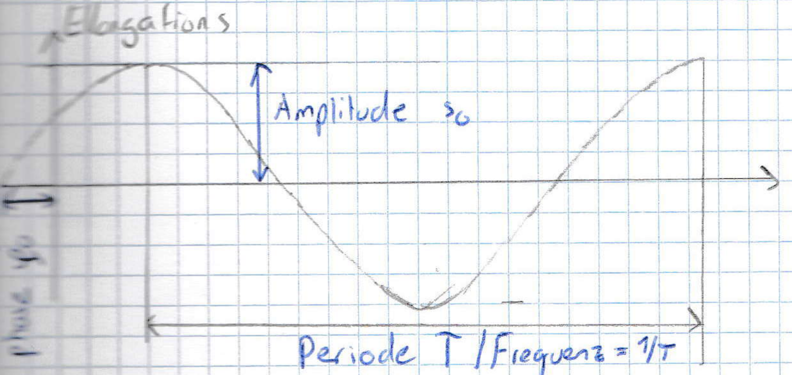
$a_x = 0$ wenn $\cos(\alpha) = b/a$



Raddeckel

$$x:\ m\frac{d^2x}{dt^2} = F_R = \mu\cdot F_G = \mu\cdot m\cdot g$$

IB 12 - Harmonische Schwingungen



Weg-Zeit-Gesetz

$s(t) = s_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

- Die Periode eines Körpers kann nicht äusserlich verändert werden.

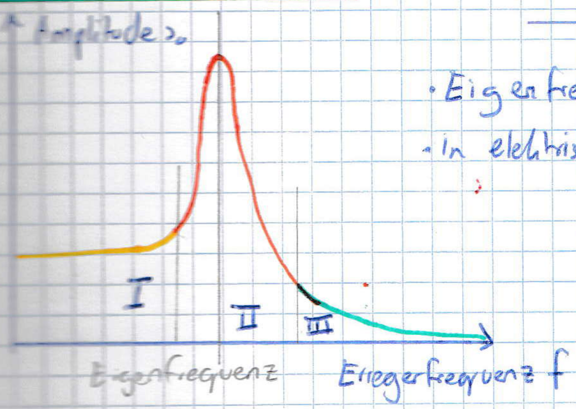
Wellengleichung

$\boxed{s(x,t) = s_0 \sin \omega \left(t \pm \frac{x}{c}\right)}$ − ⇒ Ausbreitung nach rechts; + ⇒ Ausbreitung nach links

$x = Ort$; c = Ausbreitungsgeschwindigkeit

$c = \frac{\lambda}{T}$

Resonanz



- Eigenfrequenz und Erregerfrequenz sind ± gleich
- In elektrischen Geräten ist Resonanz meistens unerwünscht.

Interferenz

- Überlagerte Wellen führen zu Kompressionen (Verstärkung) und Dilation (auslöschung) in der Welle führen.
- Eine stehende Welle besitzt Knoten, welche durchgehend eine Amplitude von $s=0$ hat.
- Wellengleichung

$s = s_1 + s_2 = s_0\left(t - \frac{x}{c}\right) + \sin\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\big) = 2 s_0 \cos(\omega x / c) \cdot \sin(\omega t)$

↳ Knoten: $\cos(\omega x / c) = 0$

↳ Wellenbäuche: $\cos(\omega x / c) = 1$

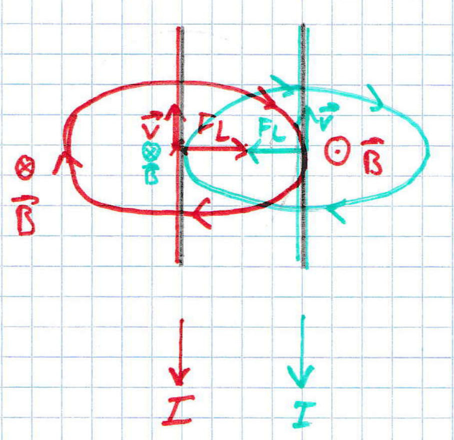
Longitudinalwelle

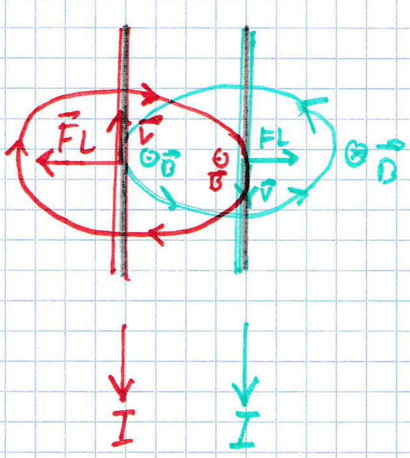
= Kompressionswelle / Dichtewelle
- typische Mechanische Welle (Akustik)
- schwingt parallel zur Ausbreitungsrichtung

Transversalwelle

= Scherwelle
- normalerweise nicht ans Medium gebunden
- Elektromagnetische Wellen
- schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- links/rechts oder auf/ab

Stromdurchflossene Leiter

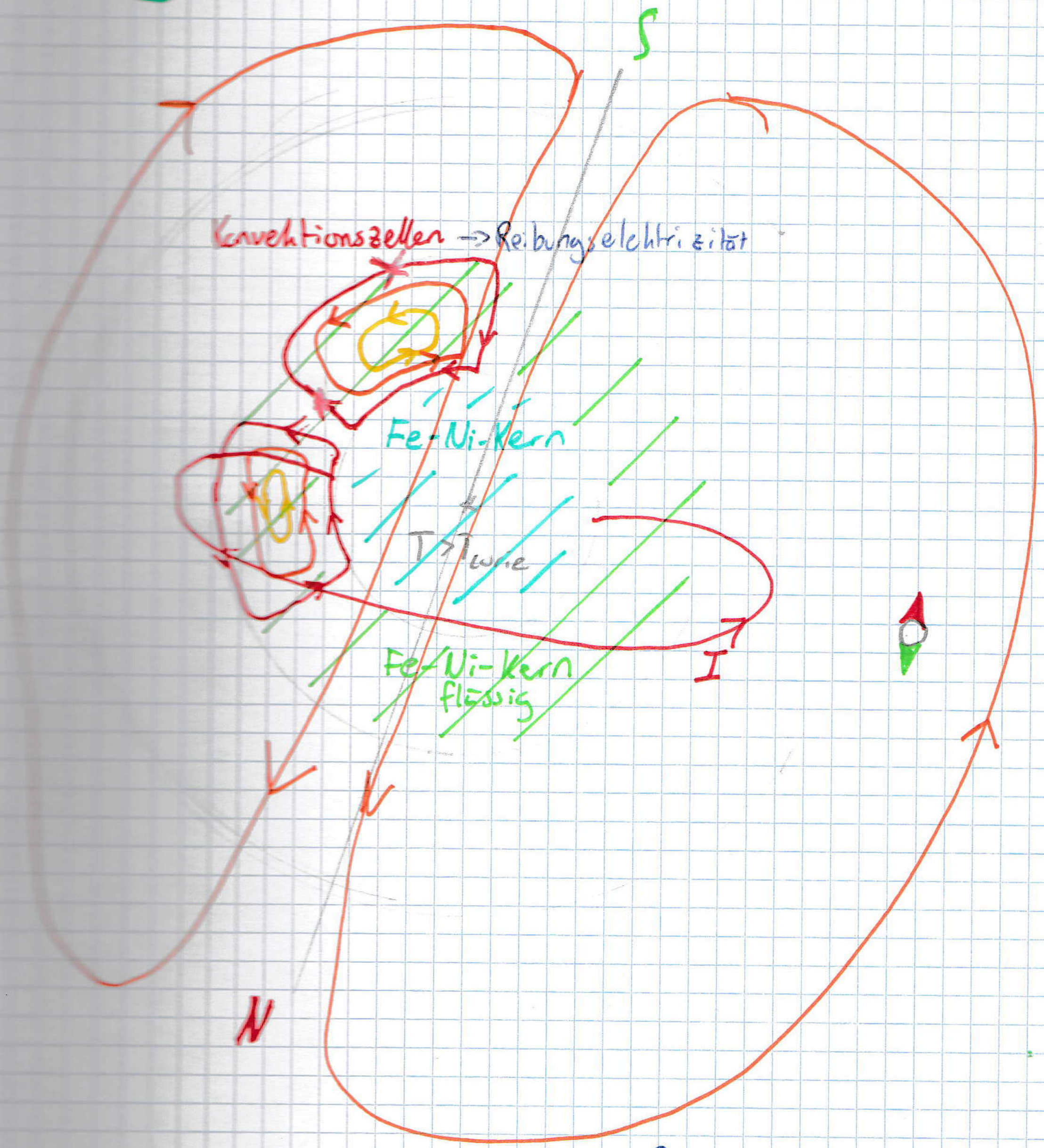


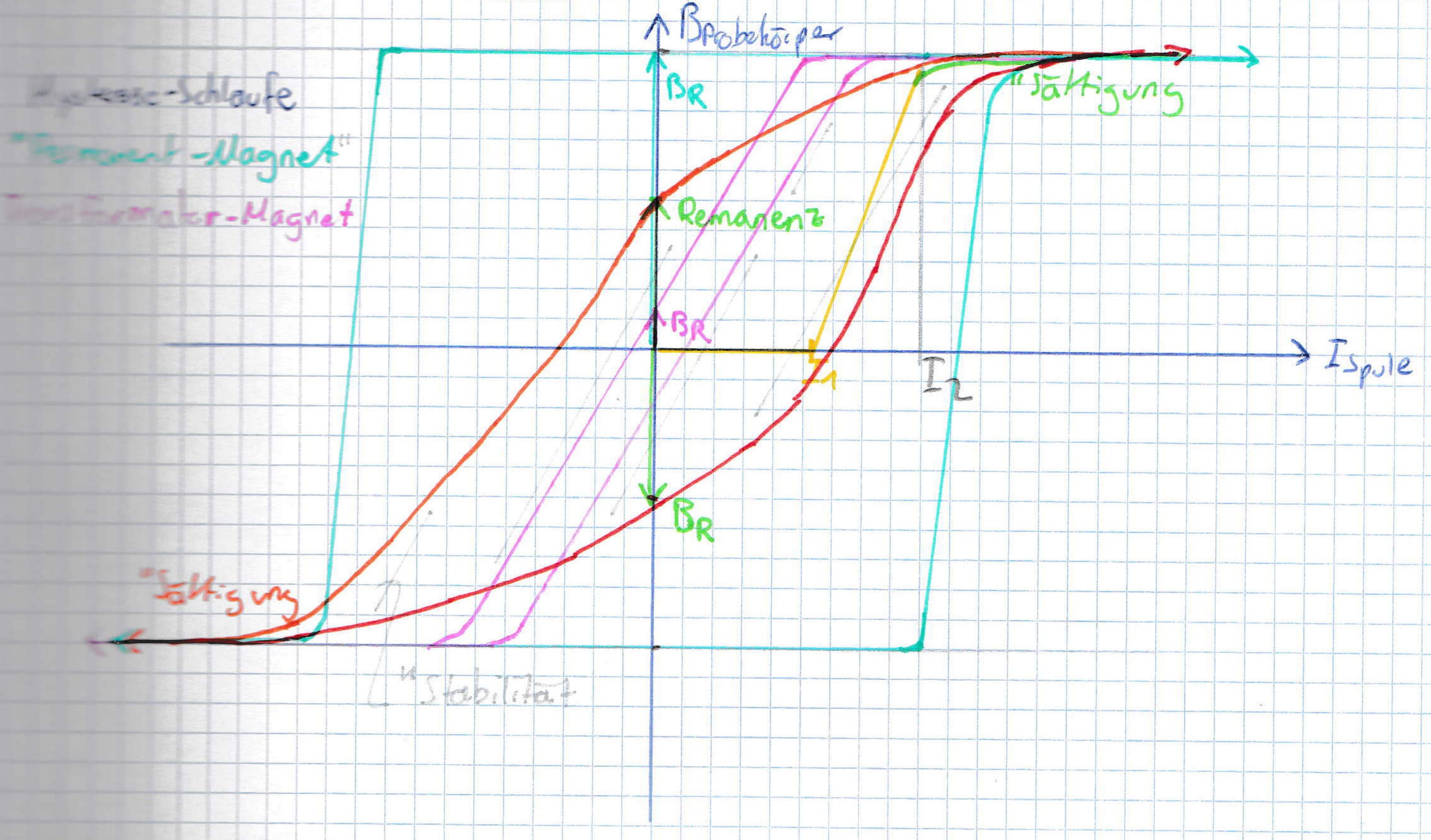


$F_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$

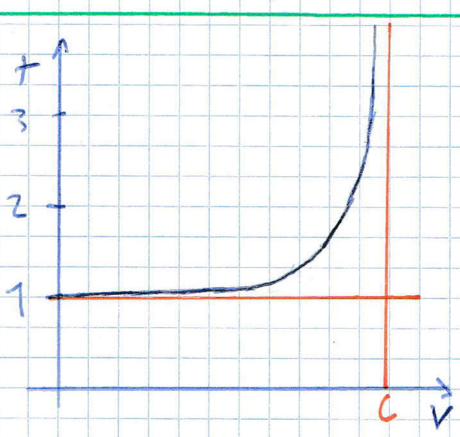
$F_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$

Magnetismus



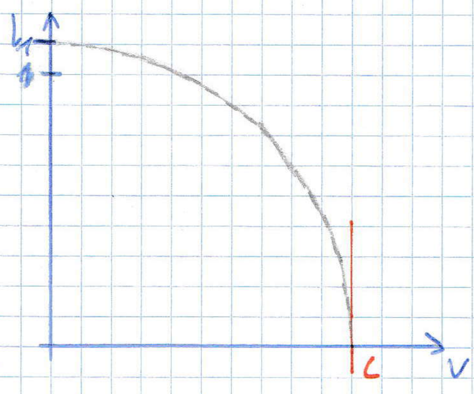


Relativitätstheorie

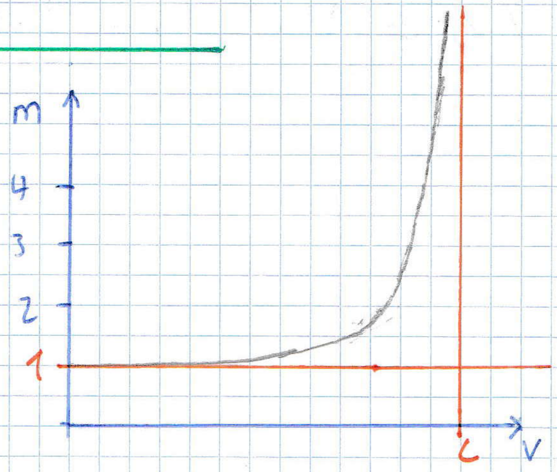


Zeitdilatation

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



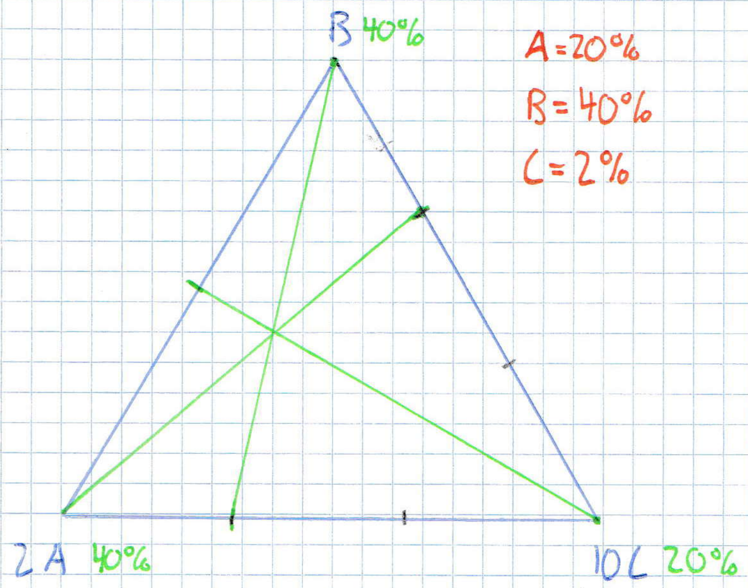
Längenkontraktion



relativistische Massenzunahme

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Diskriminationsdiagramm



A = 20%

B = 40%

C = 2%